

**Вопросы к государственному экзамену**  
**Магистерская программа «Математические методы моделирования и методы оптимизации управляемых процессов»**

1. Обратные задачи, связанные с динамическими системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями. Метод динамической регуляризации для задачи восстановления характеристик систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Обратные задачи, связанные с динамическими системами, описываемыми уравнениями с частными производными. Метод динамической регуляризации для задач восстановления характеристик параболических уравнений.
3. Обратные задачи, связанные с динамическими системами, описываемыми уравнениями с частными производными. Метод динамической регуляризации для задач восстановления характеристик гиперболических уравнений.
4. Одномерная модель Рамсея на бесконечном горизонте планирования с производственной функцией в форме Кобба - Дугласа. Задача о наилучших пропорциях производства и потребления. Особый режим. Качественный характер решения
5. Двумерная задача распределения ресурсов в двухсекторной экономической модели с производственной функцией Кобба - Дугласа на конечном отрезке времени с максимизацией второй фазовой координаты в конечный момент времени. Особый режим. Качественный характер решения.
6. Принцип максимума Понтрягина для задач на бесконечном интервале времени (общий случай). Основные соотношения принципа максимума. Условия трансверсальности на бесконечности.
7. Метод динамического программирования Беллмана и принцип максимума Понтрягина для задач на бесконечном интервале времени. Текущие сопряженные переменные. Экономический смысл соотношений принципа максимума.
8. Достаточные условия оптимальности для задач на бесконечном интервале времени.
9. Введение в геометрическую теорию управления: гладкие многообразия, обыкновенные дифференциальные уравнения, векторные поля, коммутаторы, алгебра Ли векторных полей. Условие скобочной порождаемости для систем линейных по управлению.
10. Понятие сопряженной точки. Достаточные условия слабого минимума в классической задаче вариационного исчисления.
11. Особые траектории. Метод построения особых управлений.
12. Постановка задач граничного управления и наблюдения для волнового уравнения. Выбор функциональных пространств. Двойственность. Свойства управляемости и наблюдаемости и их связь с критическим моментом времени.
13. Неравенство наблюдаемости как критерий управляемости и наблюдаемости. Истокопредставимость нормальных решений задач управления и наблюдения при наличии неравенства наблюдаемости. Описание вариационного метода решения линейных операторных уравнений: условия применимости, алгоритм, сходимости.
14. Вывод неравенства наблюдаемости для простейшего уравнения колебаний однородной струны. Реализация вариационного метода: конструкции конечномерных взаимно сопряженных приближений к операторам управления и наблюдения; схема решения конечномерной задачи квадратичной минимизации.
15. Обобщенная производная по Соболеву. Пространства Соболева. Теоремы вложения.
16. Постановка задачи об оптимальном нагреве стержня. Существование и единственность обобщенного решения краевой задачи. Теорема Вейерштрасса.

17. Градиент целевого функционала в задаче о нагреве стержня. Критерий оптимальности. Регуляризованный метод проекции градиента.
18. Условия существования и явный вид ситуации равновесия по Нэшу в дифференциальной линейно-квадратичной дифференциальной игре трех лиц.
19. Условия существования и явный вид ситуации равновесия по Бержу в дифференциальной линейно-квадратичной игре двух лиц с малым влиянием одного из игроков на скорость изменения фазового вектора.
20. Максимум по Парето в двухкритериальной линейно-квадратичной динамической задаче.
21. Необходимые и достаточные условия существования стратегий с нулевым риском.
22. Гарантированное по Парето равновесие в многошаговом варианте дуополии Курно с учетом импорта.
23. Гарантированное по выигрышам и рискам равновесие в линейно-квадратичной игре двух лиц.
24. Математические модели технического прогресса (экзогенный и эндогенный прогресс). Задачи оптимизации и подходы к решению.
25. Математические модели оптимальной добычи невозобновляемых ресурсов. Задачи оптимизации и подходы к решению.
26. Интегрированные модели климата и экономики. Модель DICE. Задачи оптимизации и подходы к решению.
27. Неантагонистические дифференциальные игры. Равновесие по Нэшу в программных и позиционных стратегиях.
28. Дифференциальные игры с бесконечной продолжительностью. Равновесие по Нэшу в программных и позиционных стратегиях.
29. Модель конкурентной рекламы с двумя участниками.

### **Список рекомендованной литературы**

#### **Основная**

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М. Наука. 1961. 392 с.
2. Осипов Ю.С., Васильев Ф.П., Потапов М.М. Основы метода динамической регуляризации. — М.: Изд-во Моск. университета, 1999. — 237 с.
3. Кряжимский А.В., Осипов Ю.С. О моделировании управления в динамической системе. Изв. АН СССР. Сер. техн. киберн. 1983, №2, С. 51-60.
4. Осипов Ю.С., Кряжимский А.В., Максимов В.И. Задачи динамической регуляризации для систем с распределенными параметрами. Изд-во Ин-та матем. и механ. УрО АН СССР. Свердловск, 1991.
5. Асеев С.М., Кряжимский А.В. Принцип максимума Понтрягина и задачи оптимального экономического роста. Труды МИАН, т. 257, стр. 5-251, 2007.
6. Aseev S.M., Infinite-Horizon Optimal Control with Applications in Growth Theory, М: МАКС Пресс, 2009.
7. Seierstad A. and Sydsæter K, Optimal Control Theory with Economic Applications, North-Holland, 1987.
8. Зеликин М.И., Оптимальное управление и вариационное исчисление, УРСС, Москва, 2004.
9. Аграчев А.А., Сачков Ю.Л. Геометрическая теория управления. М.: Наука. 2005.

10. Васильев Ф.П., Куржанский М.А., Потапов М.М., Разгулин А.В. Приближенное решение двойственных задач управления и наблюдения. М.: МАКС Пресс, 2010.
11. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. В 2 томах. М.: МЦНМО. 2011.
12. Ашманов С.А. Математические модели и методы в экономике. М. МГУ. 1980. 190 с.
13. Киселев Ю.Н. Метод динамического программирования для непрерывных управляемых систем. [booksee.org/book/46840](http://booksee.org/book/46840) (33 с.)
14. Жуковский В.И., Чикрий А.А. Линейно-квадратичные дифференциальные игры. Киев: Наукова Думка, 1994 г.
15. Жуковский В.И., Кудрявцев К.Н., Смирнова Л.В. Гарантированные решения конфликтов и их приложения. М.: УРСС, КРАСАНД, 2013.
16. Жуковский В.И., Кудрявцев К.Н. Уравновешивание конфликтов и приложение. М.: УРСС, ЛЕНАНД, 2012.

#### **Дополнительная**

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986.
2. Колмогоров А.Н. Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1976.
3. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. — М.: Наука, 1979.
4. Избранные труды В.А. Ильина. Т. 2. М.: МАКС Пресс, 2008.
5. Lions J.L. Exact controllability, stabilization and perturbations for distributed systems // SIAM Rev. 1988. V. 30. No. 1. P. 1 – 68.
6. Жуковский В.И., Дончев Д.Т. Векторная оптимизация динамических систем. Болгария, Русе: ВТУ им. А. Кынчев, 1981.
7. Жуковский В.И., Тынянский Н.Т. Равновесные управления многокритериальных динамических систем. М.: МГУ, 1984.
8. Болтянский В.Г. Оптимальное управление дискретными системами. М.: Наука, 1973. Пропой А.И. Элементы теории оптимальных дискретных процессов. М.: Наука, 1973.
9. Hritonenko N., Yatsenko Yu. Mathematical Modeling in Economics, Ecology and the Environment, Springer (2013)
10. Barro R.J., Sala-i-Martin X. Economic Growth. The MIT Press, Cambridge, MA (2003)
11. Nordhaus W.D. Managing the Global Commons: The Economics of Climate Change, The MIT Press, Cambridge, MA (1994)
12. Nordhaus W.D., Sztorc P. DICE 2013R: Introduction and User's Manual, [http://www.econ.yale.edu/~nordhaus/homepage/documents/DICE\\_Manual\\_103113r2.pdf](http://www.econ.yale.edu/~nordhaus/homepage/documents/DICE_Manual_103113r2.pdf)