МГУ им. М.В. Ломоносова Факультет ВМК

Экзаменационные билеты по курсу **Оптимизация и численные методы**

(1/2 года, для магистров) лектор – профессор М.М. Потапов

1. Классическая теорема Вейерштрасса в конечномерном пространстве и ее обобщение на случай полунепрерывного снизу функционала в гильбертовом пространстве.

2. Теорема Вейерштрасса для *слабо* полунепрерывных снизу функционалов. Достаточные условия слабой полунепрерывности снизу и слабой компактности. Слабая полунепрерывность снизу квадратичного функционала. Слабая компактность невырожденного эллипсоида.

3. Элементы дифференциального исчисления в гильбертовых пространствах. Первая и вторая производные квадратичного функционала. Производная сложной функции. Формулы конечных приращений.

4. Линейные задачи оптимального управления с квадратичными критериями качества: существование решений и дифференцируемость функционалов в $L^2(0,T)$.

5. Выпуклые и сильно выпуклые функции. Теорема о локальном минимуме выпуклых функций. Условие оптимальности для дифференцируемого функционала в форме вариационного неравенства.

6. Критерии выпуклости и сильной выпуклости для функций, имеющих первые и вторые производные.

7. Теорема Вейерштрасса для *сильно* выпуклых функционалов в гильбертовом пространстве. Условия сильной выпуклости квадратичного функционала.

8. Проекция точки на множество. Существование и единственность проекции на выпуклое замкнутое множество в гильбертовом пространстве. Характеризация проекции вариационным неравенством. Свойство нестрогой сжимаемости оператора проектирования. Проекционная форма критерия оптимальности.

9. Метод скорейшего спуска. Оценка скорости сходимости для сильно выпуклых функций. Метод скорейшего спуска для квадратичных функционалов; явные расчетные формулы для шага спуска.

10. Метод проекции градиента. Оценка скорости сходимости метода проекции градиента с постояннным шагом для сильно выпуклых функций.

11. Метод условного градиента. Оценки скорости сходимости для выпуклых и сильно выпуклых функций.

12. Метод Ньютона. Оценка скорости сходимости для сильно выпуклых функций.

13. Метод сопряженных направлений (градиентов) в R^n для квадратичных сильно выпуклых функций. Применение метода к функционалам общего вида в гильбертовых пространствах.

14. Каноническая задача линейного программирования; критерий угловой точки для канонической задачи.

15. Симплекс-метод для канонической задачи линейного программирования.

ЛИТЕРАТУРА (основная)

1. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М., МЦНМО, в 2-х кн., 2011 (Факториал Пресс, 2002).

2. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М., Наука, 1988 (1980).

3. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. М., Наука, 1981.

4. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. М., Физматлит, 2005 (Наука, 1986).

5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1976.