

## Задачи для досрочного письменного экзамена по курсу «Дискретные структуры»

1. Выясните, являются ли следующие формулы логики высказываний тавтологиями (т.е. тождественно истинными формулами):

- a)  $p \rightarrow p$   
 b)  $(p \rightarrow (r \rightarrow q)) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q))$   
 c)  $\neg \neg p \rightarrow p$

2. Определите, верны ли следующие утверждения для любых множеств  $A$ ,  $B$  и  $C$ :

- a)  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$   
 б)  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

3. Заданы множества  $A = \{1, 2\}$ ;  $B = \{2, 3\}$ .

Обозначим  $\wp(D)$  – множество всех подмножеств множества  $D$ .

Как выглядит множество  $\wp(\wp(A \cap B))$  – перечислите его элементы?

4. Напишите ДНФ (дизъюнктивную нормальную форму) булевой функции, заданной следующей таблицей, а затем постройте схему из элементов AND («И»), OR («ИЛИ»), NOT («НЕ»), реализующую эту функцию:

Аргументы функции (Входы схемы)			Значение функции (Выход схемы)
x1	x2	x3	y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

5. В небольшой фирме восемь человек работают на производстве, пятеро – в отделе сбыта, и трое – в бухгалтерии. Для обсуждения новой продукции было решено пригласить на совещание шестерых сотрудников. Сколькими способами это можно сделать, если на совещании необходимы представители каждого из трех перечисленных отделов (т.е. от каждого должен присутствовать по крайней мере один сотрудник).

6. Для натурального  $n$  определим множество  $D_n = \{k \in \mathbb{Z} \mid k \text{ делится на } n \text{ нацело}\}$ , являющееся подмножеством множества целых чисел  $\mathbb{Z}$ . Приведите примеры представителей следующих множеств (по три для каждого; в (b) в качестве универсального множества здесь можно предполагать множество целых чисел  $\mathbb{Z}$ ):

- a)  $D_3 \cap D_5$ ; б)  $\bar{D}_3$ ; в)  $D_3 \times D_5$ .

7. Является ли определяемое ниже отношение  $R_1$  отношением эквивалентности?

Если да, опишите, что из себя представляют его классы эквивалентности? Если нет, какие из свойств отношения эквивалентности нарушаются (симметричность, рефлексивность, транзитивность)?

для любых целых  $m$  и  $n$  определим  $(m, n) \in R_1 \Leftrightarrow m \cdot n - \text{нечетное число}$ .

8. Пусть  $L$  – множество всех прямых на плоскости. Являются ли на этом множестве отношениями эквивалентности отношения:
  - а) отношение параллельности двух прямых;
  - б) отношение перпендикулярности двух прямых?
9. Сколькими способами можно выбрать из полной колоды (52 карты) 10 карт, чтобы среди них был хотя бы один туз?
10. Дан связный граф без петель (петля – ребро, начинающееся и заканчивающееся в одной и той же вершине). В графе 11 вершин, причем все имеют степень 6.
  - а) Обязательно ли в таком графе существует эйлеров контур?
  - б) Если эйлеров контур существует, какова его длина (сколько ребер графа он содержит)?
11. В некоторой стране 30 городов, причем каждый соединен с каждым дорогой. Какое наибольшее число дорог можно закрыть на ремонт так, чтобы из каждого города можно было по-прежнему проехать в каждый?
12. Дано дерево,  $n$  вершин ( $n \geq 3$ ). Для каждого из следующих утверждений скажите, истинно оно, ложно, или может быть как истинным так и ложным.
  - а) в дереве  $n-1$  ребро
  - б) есть хотя бы одна вершина степени 2
  - с) есть хотя бы две вершины степени 1
  - д) для любой пары вершин в дереве есть ровно один путь, их соединяющий
13. Дан полный двудольный граф  $K_{3,6}$ . Существует ли в нем эйлеров контур? Объясните свой ответ.
14. Дан полный двудольный граф  $K_{3,6}$ . Пусть  $T$  – его остовное дерево (каркас). Сколько ребер в  $T$ ? Объясните свой ответ.

---

На вопросы предложенного для решения варианта необходимо дать развернутый письменный ответ, поясняющий ход решения. Работы необходимо сдать до 11 мая включительно в учебную часть либо прислать в электронном виде по адресу [rogov@mcst.ru](mailto:rogov@mcst.ru) (или [roman.rogov@gmail.com](mailto:roman.rogov@gmail.com)).

*Критерии оценки:*

Оценка «отлично» ставится за девять решенных задач.

Оценка «хорошо» ставится за семь решенных задач.

Оценка «удовлетворительно» ставится за четыре решенные задачи.

Вариант	Задачи для решения									
	1a	2a	3	4	5	6	8	10	12	14
1	1a	2a	3	4	5	6	8	10	12	14
2	1b	2b	3	4	9	6	7	10	11	13
3	1c	2a	3	4	5	6	8	10	12	14
4	1a	2b	3	4	9	6	7	10	11	13
5	1b	2a	3	4	5	6	8	10	12	14