

Задачи для досрочного письменного экзамена по курсу «Дискретные структуры»

1. Выясните, являются ли следующие формулы логики высказываний тождественно истинными формулами (тавтологиями):

- a) $\neg\neg\neg p \rightarrow \neg p$
 б) $(p \rightarrow (\neg r \rightarrow q)) \rightarrow ((p \rightarrow \neg r) \rightarrow (p \rightarrow q))$

2. Определите, верны ли следующие утверждения для любых множеств A, B и C :

- a) $(A \Delta B) \setminus C = (A \setminus C) \Delta (B \setminus C)$
 б) $(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = (A \cap B) \setminus A$

3. Напишите ДНФ (дизъюнктивную нормальную форму) булевой функции, заданной следующей таблицей истинности, а затем упростите получившуюся ДНФ (используя логические эквивалентности).

Аргументы функции			Значение функции
x1	x2	x3	y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

4. На каждом борту лодки должно сидеть по 4 человека. Сколькими способами можно выбрать команду для этой лодки, если есть 31 кандидат, причем 10 человек хотят сидеть на левом борту, 12 — на правом, а 9-ти безразлично где сидеть?
5. Пусть множество A содержит n элементов, а некоторое его подмножество B содержит k элементов. Сколько существует множеств C , для которых $B \subset C \subset A$ (здесь обозначение $X \subset Y$ в том числе допускает и равенство множеств)?
6. Пусть f — отображение (функция) из множества A во множество B , а f^{-1} — соответствующее обратное отображение. Множества A', A'', B', B'' — произвольные, такие что $A' \subset A, A'' \subset A, B' \subset B, B'' \subset B$.
 Какие из следующих равенств верны:
 а) $f(A' \cup A'') = f(A') \cup f(A'')$;
 б) $f(A' \cap A'') = f(A') \cap f(A'')$;
 в) $f^{-1}(B' \cup B'') = f^{-1}(B') \cup f^{-1}(B'')$;
 г) $f^{-1}(B' \cap B'') = f^{-1}(B') \cap f^{-1}(B'')$.
7. Пусть L — множество всех прямых на плоскости. Являются ли на этом множестве отношениями эквивалентности отношения:
 а) отношение параллельности двух прямых;
 б) отношение перпендикулярности двух прямых?
8. Сколько существует 6-значных чисел, в записи которых есть хотя бы одна нечетная цифра?
9. Дан связный граф. В графе 5 вершин, которые имеют степени 4, 4, 5, 5, 7. Может ли существовать граф с таким набором степеней вершин?
10. В некоторой стране 15 городов, причем каждый соединен с каждым дорогой. Какое наибольшее число дорог можно закрыть на ремонт так, чтобы из каждого города можно было по-прежнему проехать в каждый?
11. Дано дерево, n вершин ($n \geq 3$). Всегда ли в таком дереве найдется хотя бы одна вершина степени 2?
12. Дан полный двудольный граф $K_{4,4}$. Существует ли в нем гамильтонов контур? Если да, то какова его длина?

На предложенные вопросы (задачи) необходимо дать развернутый письменный ответ, поясняющий ход решения. Работы необходимо сдать до 13 мая включительно в учебную часть либо прислать в электронном виде по адресу roman.rogov@gmail.com

Критерии оценки:

Оценка «отлично» ставится за **одиннадцать** решенных задач.

Оценка «хорошо» ставится за **девять** решенных задач.

Оценка «удовлетворительно» ставится за **шесть** решенных задач.