

Вариант В4

1. Вычислить интеграл $\int_{\substack{x^2+y^2=\pi^2, \\ x>0, y>0}} (6y \cos 3x + 4 \cos y) dx + (2 \sin 3x - 4x \sin y) dy$.

2. В трехмерном пространстве задана декартова прямоугольная система координат. Найти собственные значения и собственные векторы оператора ортогонального отражения относительно плоскости $x + y = 0$.

3. Программа (см. ниже) на языке C99 написана под ОС семейства Unix для 32-битной вычислительной системы и скомпилирована gcc 4.8 без оптимизации. Под ОС выделен 1 ГБ виртуального адресного пространства, остальное отдано программе. Других ограничений на память программы ОС не накладывает. Размер объектов типа `char *`, `int`, `size_t` и `long` равен 4, типа `long long` – 8. Арифметические операции выполняются по правилам модульной арифметики. Часть запусков программы аварийно завершаются из-за получения ею сигнала от операционной системы при выполнении функции `compute_code()`.

Ответьте, какова причина сбоев. Свой ответ **подробно** обоснуйте (что происходит в вычислительной системе при работе программы). Составьте программу, печатающую то же самое, что и данная, если бы не было сбоя. Новая программа должна нормально завершаться при всех значениях n и k , допустимых их типами (обратите внимание на крайние значения в типах!). В программе нельзя использовать библиотеки, не входящие в стандартную библиотеку языка (в частности, специфичные лишь для некоторых ОС семейства Unix). Не допустимы утечки памяти и другие ошибки работы с памятью.

```
int compute_code(size_t n, size_t k) {
    if (k == 0) { return 1 - n; }
    else { return 2 * k - compute_code(n, k-1) - n; }
}
int printf(const char *, ...);
long long strtoll(const char *, char **, int);
int main(int argc, char **argv) { if (argc > 2) {
    size_t n = strtoll(argv[1], 0, 0);
    size_t k = strtoll(argv[2], 0, 0);
    int code = compute_code(n, k);
    printf("%d\n", code);
}}
```

4. Решить уравнение $y'' - 4y' + 3y = \frac{2e^{3x}}{3e^x + 1}$.

5. Построить схему сложности не выше пяти в базисе $\{\&, \vee, \neg\}$ для функции, заданной вектор-столбцом $f(x_1, x_2, x_3) = (0111 \ 1101)$.

6. Имеются две игральные кости: на гранях одной из них написаны числа от 1 до 6, на другой — эти же числа, умноженные на 2. Выбирается одна из костей (вероятность выбора каждой равна 1/2) и подбрасывается. Известно, что выпал результат не больше 2. Какова вероятность того, что при повторном подбрасывании этой же кости результат также будет не больше 2?

7. Получить выражение для погрешности приближенного вычисления несобственного интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{5^x}$ по квадратурной формуле $I_h = \sum_{k=0}^{N^5-1} \frac{h}{5^{kh}}$, где $Nh = 1$. Показать, что погрешность стремится к нулю при $N \rightarrow +\infty$.

8. Решить задачу Коши $\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + x(1 - \sin 2t), & -\infty < x < +\infty, t > 0; \\ u(x, 0) = \cos x, \quad u_t(x, 0) = \sin x, & -\infty < x < +\infty. \end{cases}$