1. Найти уравнение асимптоты графика функции $y(x)$, заданной параметрически:

$$x = \frac{1}{t^2 - 9},\ y = \frac{1}{\ln(t-2)},\ t \in (3, +\infty).$$

2. Найти угол φ между вектором $a = (1, -1, 1)$ и осью параболоида, заданного уравнением $14x^2 + 14y^2 + 35z^2 + 28xy + 4xz + 4yz - x + y = 0$.

3. Поезд состоит из одного электровоза (Э), как минимум двух вагонов (В) и одного ресторана (Р), причем электровоз стоит первым (слева), ресторан — в середине поезда и количество вагонов (В) перед ним и после него — одинаково.

Написать нормальный алгоритм Маркова, содержащий **не более 6 правил подстановки**, который на вход получает слово из алфавита {Э,В,Р}. Если слово является описанием поезда, алгоритм должен выдать в качестве выходного слова TRAIN, иначе — зациклиться. В записи алгоритма Маркова обычную подстановку обозначать символом $\longrightarrow$, а заключительную — символом $\longmapsto$.

4. Имелось исходное реляционное отношение $R0$ с первичным ключом {№Заказа, Заказчик}, в котором функциональные зависимости заданы диаграммой:

Тело отношения $R0$ содержало несколько кортежей. Отношение $R0$ было подвергнуто декомпозиции без потерь. Были получены отношения $R1$ с первичным ключом {Заказчик} и $R2$ с первичным ключом {№Заказа, Заказчик}, с телами ($R1$ слева, $R2$ справа):

Заказчик	Скидка	Доставка	Город
«Геракл»	3%	4	Энск
«Гермес»	2%	3	Пэнск
«Гермиона»	1%	4	Энск

№Заказа	Заказчик	Сумма
1	«Гермиона»	20
1	«Геракл»	20
1	«Гермес»	24
2	«Геракл»	40
2	«Гермес»	44
2	«Гермиона»	40

1) Для $R1$ и $R2$ укажите, находится ли каждое из них в третьей нормальной форме. Если нет, то приведите самую старшую из нормальных форм, в которой находится каждое из них. *Обоснуйте ответ.* 2) Восстановите и *полностью выпишите тело отношения* $R0$. 3) Укажите самую старшую из нормальных форм, в которых находится $R0$. *Обоснуйте ответ.*

5. Найти решение задачи Коши $y' = y^2 + 2x$, $y(0) = 1$ в виде степенного ряда $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \cdots$. Вычислить пять первых коэффициентов ряда (до коэффициента при x^4 включительно).

6. Рассматривается плоская укладка Γ некоторого связного планарного графа G. Через f_i обозначим количество таких граней этой укладки, что каждая из них ограничена в точности i ребрами. Известно, что $f_3 = f_6 = f_7 = 1$, $f_4 = 2$, а при любом i из множества $\mathbb{N} \setminus \{3, 4, 6, 7\}$ имеет место равенство $f_i = 0$. Укажите сумму всех попарно различных возможных количеств вершин в графе G и приведите пример такого графа, если хотя бы один такой граф существует. Впишите в ответ “0”, если таких графов нет. Ответ обоснуйте.

7. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{9}x + \dfrac{1}{18}, & \text{если } x \in [1, 4], \\ 0, & \text{если } x \notin [1, 4]. \end{cases}$$

$Y = [X]$ (целая часть X). Найти распределение случайной величины Y.

8. Приближенное значение интеграла вычисляется по квадратурной формуле

$$\int_0^1 f(x)\,dx \approx \alpha f\left(\frac{1}{2} - 4h\right) + \beta f\left(\frac{1}{2} + 3h\right).$$

Найти постоянные α, β и h, при которых формула точна на произвольном многочлене второй степени.

9. Решить краевую задачу

$$u_t = \frac{1}{4}u_{xx} \ + 3e^{-4t}\sin 4x, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}, \quad t > 0;$$
$$u\,(0, t) = 0, \quad u\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, \quad t \geqslant 0;$$
$$u\,(x, 0) = 0, \quad 0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2}.$$