

1. Исследовать сходимость несобственного интеграла $\int_0^{+\infty} x^p \sin x^{-2} dx$ при всех значениях параметра p .

2. На плоскости с прямоугольными декартовыми координатами (x, y) эллипс вписан в ромб с вершинами $(4, 0)$, $(0, 12)$, $(-4, 0)$ и $(0, -12)$. Найти площадь эллипса, если длина одной его полуоси равна 4.

3. Рассмотрим способ линейной записи битовых матриц в виде одной цепочки символов. Будем записывать элементы строк матрицы подряд. Между концом одной строки и началом следующей будем ставить запятую.

Пример: линейная запись матрицы $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ будет такой: 11,00

Составьте нормальный алгоритм Маркова, получающий в качестве входного слова линейную запись матрицы размера $M \times N$ ($M, N \geq 2$), каждый элемент которой равен 0 или 1. Если в матрице есть хотя бы одна строка, состоящая только из нулей, то алгоритм должен заикливиться, иначе он должен остановиться. В составленном алгоритме должно быть не более 5 формул подстановки. В записи алгоритма используйте \rightarrow для простой формулы подстановки, и \Rightarrow для формулы финальной подстановки.

4. В результате операции реляционной алгебры NATURAL JOIN, выполненной над реляционными отношениями $R1$ и $R2$, было получено реляционное отношение $R3 = R1 \bowtie R2$ с первичным ключом {№IMDB, Критик}, в котором функциональные зависимости заданы диаграммой.



Известно, что $R1$ находится в третьей нормальной форме, и что у $R2$ вторая нормальная форма является старшей. Тело отношения $R3$:

№IMDB	Критик	Название	Режиссер	Страна	Оценка
69293	Кудрявцев	Солярис	Тарковский	Россия	10 из 10
69293	Эберт	Солярис	Тарковский	Россия	3 из 4
307479	Кудрявцев	Солярис	Содерберг	США	5,5 из 10
307479	Эберт	Солярис	Содерберг	США	3,5 из 4
91670	Эберт	Жертвоприношение	Тарковский	Россия	4 из 4

1) Восстановите и полностью выпишите тело отношения $R1$. 2) Восстановите и полностью выпишите тело отношения $R2$. 3) Обоснуйте, почему $R1$ находится в третьей нормальной форме и почему у $R2$ вторая нормальная форма является старшей.

5. Особые точки системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 2y, & x(0) = 4, \\ \dot{y} = y - 2x, & y(0) = 3, \end{cases}$$

заполняют на фазовой плоскости прямую линию l_1 . Решение $(x(t), y(t))$ в фазовой плоскости движется из начальной точки $(x(0), y(0))$ по прямой линии l_2 к точке (x_*, y_*) при $t \rightarrow +\infty$ или при $t \rightarrow -\infty$. Найдите уравнения прямых l_1, l_2 , особую точку (x_*, y_*) . Определите тип устойчивости особой точки (x_*, y_*) : асимптотически устойчиво; устойчиво; неустойчиво.

6. Можно ли булеву функцию $f(x_1, x_2, x_3)$, вектор значений которой имеет вид (01010111), представить формулой над системой булевых функций $\{x \oplus y, x \vee y\}$? Ответ обоснуйте.

7. Случайная точка с координатами (ξ_1, ξ_2) равномерно распределена в единичном квадрате $K = \{(u, v) : 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1\}$. Обозначим через η число действительных корней уравнения $x^3/3 - \xi_1^2 x + \xi_2 = 0$. Найти математическое ожидание случайной величины η .

8. Предполагая достаточную гладкость функции $f(x)$, аппроксимировать ее производную $f'(x)$ в точке $x = 3h/2$ со вторым порядком по h по известным значениям функции $f(0)$, $f(h)$ и $f(5h/2)$.

9. Решить краевую задачу для волнового уравнения

$$16u_{tt} = u_{xx}, \quad 0 < x < \pi/4, \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = 2 \sin 4x, \quad u_t(x, 0) = 0,$$

$$u(0, t) = 0, \quad u_x(\pi/4, t) = 0.$$