

Магистратура-2009

1. Клиент открыл банковский счет и внес некоторую сумму. Через год он снял 3000 руб. В итоге сумма счета по истечении двух лет оказалась на 5520 руб больше внесенной. Если бы клиент снял 3000 руб через два года, то сумма его счета оказалась бы на 5820 руб больше внесенной. Найти годовую процентную ставку и величину внесенной суммы.
2. Найти производную функции  $f(t) = \int_t^{2\pi} \cos(2y) \int_t^y \sin x dx dy$ . Вычислить значения производной в точках  $\pi/3$  и  $\pi/6$ .
3. Найти радиус сферы  $x^2 + y^2 + z^2 + 3y - 2z + 2 = 0$  и ближайшую к ее центру точку прямой, заданной пересечением плоскостей  $x + y + z = 1$  и  $x + 2z = -2$ .
4. Найти максимум функции  $\min(x_1/2, 2x_2, x_3^2)$  при ограничении  $x_1 + x_2 + x_3 = 51/2$  и соответствующие максимизирующие значения переменных  $x_1, x_2$  и  $x_3$ .
5. Найти общий вид решения уравнения  $-4t^2\ddot{x} + t\dot{x} - x = 0$ . Найти решение, удовлетворяющее условиям  $x(1) = 2, x(16) = 5$ .
6. В зависимости от параметров  $\alpha, \beta$ 
  - 1) определить размерность линейного подпространства, образованного векторами
$$a_1 = (1, \alpha, \alpha^2, \alpha\beta), a_2 = (1, \alpha, \alpha\beta, \alpha\beta),$$
$$a_3 = (\beta, \alpha^2, \alpha^2\beta, \alpha^2\beta), a_4 = (2, 2\alpha, \alpha(\alpha + \beta), 2\alpha\beta);$$
  - 2) среди векторов  $a_1, a_2, a_3, a_4$  найти базис соответствующего подпространства.