

1. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)^{\frac{x-1}{2x-1}} x^{\frac{x}{2x-1}}}{2x-1}.$$

2. Найдите интеграл  $\int_{-\pi}^{\pi} e^{3x} \sin(5x) dx$ .

3. Найдите размеры параллелепипеда максимального объема, вписанного в полушар радиуса  $R$ .

4. Найдите решение уравнения  $2\dot{y} + y^2 = 1$  в зависимости от начального условия  $y(0) = y_0$ . При каких  $y_0$  решение определено на всей полупрямой  $[0, \infty)$ ?

5. Инвестор располагает капиталом в 1000 ед. для формирования портфеля из колл и пут-опционов на акции одной компании. Стоимость опциона любого вида равна 1 ед. Через некоторый период времени, если акции поднимутся в цене, то стоимость колл-опциона возрастет на 15%, а стоимость пут-опциона уменьшится на 10%. Если акции упадут в цене, то стоимость пут-опциона возрастет на 20%, а стоимость колл-опциона уменьшится на 5%. Укажите способ формирования портфеля, обеспечивающий наибольшую гарантированную доходность инвестору.

Укажите величину этой доходности.

6. При каких значениях параметра  $\alpha$  матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \dots & \alpha \\ \alpha & 1 & \dots & \alpha \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha & \dots & \alpha & 1 \end{pmatrix}_{n \times n}$$

является положительно определенной?