

1. Найдите максимальное значение функции

$$f(x) = \frac{x^5 - x^2}{x^6 - 1}$$

в области $x > 1$.

2. Найдите разложение в ряд Тейлора в точке 0 функции

$$g(x) = \frac{1}{x-2}.$$

При каких значениях x ряд сходится?

3. Найдите решение задачи Коши

$$y' - y^2 + 3y - 2 = 0, \quad y(\ln 2) = 3.$$

4. На столе лежат n спичек. Двое игроков по очереди берут одну, две или три спички. Игрок, взявший последнюю спичку, проигрывает. Пусть $n = 2011$. Кто из игроков выигрывает? Укажите выигрывающую стратегию.

5. Для окраски помещения необходимо купить 17 кг краски. Ее можно купить в банках двух типов: по 2 кг стоимостью 140 руб. каждая и по 1 кг стоимостью 90 руб. каждая. Для перевозки используется один ящик, в который может уместиться 8 банок первого типа. При этом каждые две банки первого типа можно заменить пятью банками второго типа. Сколько нужно купить банок первого и второго типов, чтобы минимизировать расходы на приобретение краски.

6. При каких значениях параметров α, β и γ система уравнений

$$\alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3 - x_4 = 0,$$

$$\gamma x_1 + \alpha x_2 + \beta x_3 - x_4 = 0,$$

$$\beta x_1 + \gamma x_2 + \alpha x_3 - x_4 = 0,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

имеет единственное решение? Найдите это решение.