

1. Найдите интеграл $\int_0^{\infty} x^3 e^{-\sqrt{3}x^2} dx$.

2. Найдите левую и правую производные в нуле функции $f(x) = \arccos \frac{1-x^2}{1+x^2}$.

3. Найдите точку на эллипсоиде $2x^2 + y^2 + 3z^2 = 16$, ближайшую к плоскости $x + y + z = 34$.

4. Найдите на полуинтервале $[0, \gamma)$ функцию полезности $u(x)$ индивидуума, удовлетворяющую условиям:

$$-u''(x)/u'(x) = \gamma/(\gamma - x), \quad u(0) = 0, \quad u'(\gamma) = 1.$$

5. Полицейская служба имеет следующие минимальные потребности в количестве полицейских в разное время суток:

Время суток, Часы	Порядковый номер периода	Минимальное требуемое количество полицейских
2-6	1	30
6-10	2	35
10-14	3	60
14-18	4	85
18-22	5	80
22-2	6	50

При этом первый период следует непосредственно за шестым. Каждый полицейский приступает к работе в начале определенного периода и работает 8 часов без перерыва. Найдите минимальное количество выходов полицейских в ночное время (6-й, 1-й и 2-й периоды)? Среди всех решений задачи выберите вариант решения (количество выходов полицейских в начале каждого периода), минимизирующий общее количество полицейских.

6. При каких значениях параметров a , b и c матрица $A = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ a & 0 & c \\ 0 & b & c \end{pmatrix}$ невырожденная?

Найдите обратную матрицу A^{-1} .