

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА,  
общая часть

Магистратура-2014

1. Найдите объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  синусоиды  $\sin x$ , построенной на отрезке  $[0, \pi]$ .
2. Из бумажного круга радиуса 9 вырезается сектор, из которого склеиванием по линиям разреза получают конус. Найдите высоту полученного таким способом конуса наибольшего объема.
3. Решите следующую задачу Коши:

$$\dot{y} - \frac{2t}{1+t^2}y + 1 = 0, \quad y(1/\sqrt{3}) = 0.$$

4. Найдите радиус сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+3} \right)^{n(n+1)/2} x^n.$$

5. Фирма ежедневно производит продукцию, спрос на которую является случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке  $[0, 111]$ . Цена единицы продукции равна 4 ед., а себестоимость – 2 ед. Излишек продукции фирма сбывает по цене 1 ед. Найдите объем выпуска продукции, максимизирующий среднюю прибыль фирмы.
6. Найдите решение системы уравнений

$$\frac{1}{a}x_1 = \max(x_2, ax_3), \quad bx_3 = \max\left(x_2, \frac{1}{b}x_1\right), \quad x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

в зависимости от параметров  $a$  и  $b$ , удовлетворяющих условию  $b > a > 0$ .

## МАГИСТРАТУРА ВМК. ИНФОРМАТИКА 2014

### Общие требования.

Программы должны считывать файлы с данными, обрабатывать их и записывать результаты своей работы в выходные файлы (все файлы с данными находятся в одной папке с исполняемым файлом программы). Все программы должны компилироваться без ошибок. Проверки входных данных на корректность не требуется, но запуск исполняемого файла на любых корректных входных данных не должен заканчиваться аварийным завершением. Завершение работы программы должно происходить быстрее 30 секунд. Наличие какого-либо вывода в стандартные потоки вывода не требуется, но является допустимым.

### Задача 1.

Во входном файле **numbers.txt** содержатся два целых положительных числа  $K$  и  $L$ . Числа находятся на одной строке, разделены ровно одним пробелом. Необходимо найти все простые числа, большие  $K$ , но меньшие  $L$ , и вывести их в файл **out.txt**. Выводимые числа должны быть упорядочены по возрастанию, разделены ровно одним пробелом и находиться на одной строке. Если ни одного числа, удовлетворяющего заданному условию, не найдено, выведите в файл **out.txt** заглавную букву **N**.

### Пример:

Файл <b>numbers.txt</b> : 40 50	Файл <b>out.txt</b> : 41 43 47
------------------------------------	-----------------------------------

### Задача 2.

Во входном файле **text.txt** содержится некоторый текст, содержащий следующие символы: строчные и прописные латинские буквы, пробелы, цифры и знаки препинания «точка», «запятая», «восклицательный знак», «вопросительный знак». Слово — последовательность строчных и прописных букв и цифр, содержащая по крайней мере одну букву (любого регистра). Переносы строк и иные символы в файле отсутствуют.

Для каждого слова, входящего в текст, выведите в файл **out.txt** само слово, приведённое к нижнему регистру, количество раз, которое это слово повторяется в тексте, далее порядковые номера каждого вхождения слова относительно прочих слов текста с префиксом “**w**” (в порядке увеличения номера) и, наконец, позиции первого символа каждого вхождения слова относительно символов исходной строки с префиксом “**c**” (в порядке увеличения позиции). Нумерация слов и символов начинается с 1. Информация о каждом слове должна быть выведена на отдельной строке, а слово от чисел и числа между собой должны быть отделены ровно одним пробелом. Слова, в которых различается только регистр символов, считаются одинаковыми. Список слов должен быть отсортирован по алфавиту. Числа в алфавите следуют перед буквами. Если ни одного слова в исходном тексте не найдено, выведите в файл **out.txt** заглавную букву **N**.



**Пример:**Файл **text.txt**:Alpha bravo alpha. Omega,  
epsilonNФайл **out.txt**:alpha 2 w1 w3 c1 c13  
bravo 1 w2 c7  
epsilon 1 w5 c27  
omega 1 w4 c20**Задача 3.**

Во входном файле **matrix.txt** находится матрица размером  $N \times M$ , элементами которой являются целые числа. Каждая строка входного файла соответствует одной строке матрицы, числа в строке разделены ровно одним пробелом. Размер матрицы заранее неизвестен. Выведите в файл **out.txt** координаты верхних левых углов всех подматриц указанной матрицы размером  $2 \times 2$ , внутри которых все 4 элемента различны. Координаты начинаются с 1, каждая пара координат должна быть выведена на отдельной строке, числа разделены ровно одним пробелом, первым указывается номер строки, вторым — номер столбца. Пары координат должны быть упорядочены по возрастанию номера строки, а при их равенстве - по возрастанию номера столбца. Если указанных подматриц в исходной матрице не существует, выведите в файл **out.txt** заглавную букву **N**.

**Пример:**Файл **matrix.txt**:1 2 4  
1 3 5  
2 1 6Файл **out.txt**:1 2  
2 2**Задача 4.**

Во входном файле **chess.txt** содержится расстановка белых и чёрных ферзей на шахматной доске. Первая строка файла содержит позиции белых фигур, вторая строка — чёрных. Если на доске нет ни одной фигуры определённого цвета, то в файле для этого цвета будет присутствовать пустая строка. Позиции фигур одного цвета разделены ровно одним пробелом. Каждая позиция имеет вид **Q(a...h)(1...8)**, где **(a...h)** — координаты клетки по горизонтали, **(1..8)** — координаты по вертикали. Выведите в файл **out.txt** координаты пар ферзей, взаимно угрожающих друг другу. Координаты кодируются аналогично входному файлу; позиции фигур в паре должны быть разделены ровно одним пробелом; первым всегда выводится белый ферзь, вторым - чёрный. Повторяющихся пар в выходном файле быть не должно. Каждая пара должна быть выведена с новой строки. Если ни одна фигура на доске не угрожает другой, вывести в файл **out.txt** заглавную букву **N**.

Примечание: один ферзь угрожает другому, если они разного цвета, находятся на одной вертикали, или на одной горизонтали, или на одной диагонали и между ними нет никаких других фигур.

**Пример:**Файл **chess.txt**:Qa3 Qe7  
Qe3 Qh8Файл **out.txt**:Qa3 Qe3  
Qe7 Qe3