Обозначим через P_k множество всех функций k-значной логики над алфавитом U, а также констант 0, 1, ..., $k-1$. Так как число наборов $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ значений переменных $x_1, \ldots, x_n$ равно k^n, то имеем следующий результат.

Таблица 1

$x_1 \ldots x_{n-1}$	x_n	$f(x_1, \ldots, x_{n-1}, x_n)$
0 ... 0	0	$f(0, \ldots, 0, 0)$
0 ... 0	1	$f(0, \ldots, 0, 1)$
. . . .	. . .	. . . .
0 ... 0	$k-1$	$f(0, \ldots, 0, k-1)$
0 ... 1	0	$f(0, \ldots, 1, 0)$
. . . .	. . .	. . . .
$k-1 \ldots k-1$	$k-1$	$f(k-1, \ldots, k-1, k-1)$

Теорема 1. *Число всех функций из P_k, зависящих от n переменных $x_1, \ldots, x_n$, равно k^{k^n}.*

Из сказанного вытекает, что в P_k при $k \geqslant 3$ в значительной степени возрастают трудности по сравнению с P_2 как в возможности эффективного использования табличного задания функций, так и в возможности просмотра всех функций от n переменных. Уже в P_3 число функций от двух переменных равно $3^9 = 19683$, т. е. это множество практически необозримо. В P_k часто употребляют вместо табличного задания функций задание при помощи алгоритма вычислимости функций. Например,

$$\max(x_1, \ldots, x_n)$$

можно рассматривать, как алгоритм, который для любого набора $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ значений переменных выдает их максимум. Этот алгоритм определяет в P_k единственную функцию, которую мы будем обозначать тем же символом.

Далее вводится (как в P_2) понятие существенной и несущественной переменных, а также понятие равенства функций. Это позволяет рассматривать функции в P_k с точностью до фиктивных переменных.

После этого рассматриваются примеры некоторых конкретных функций из P_k, которые можно считать «элементарными» функциями.

1) $\bar{x} = x + 1 \pmod{k}$. Здесь $\bar{x}$ представляет обобщение отрицания в смысле «циклического» сдвига значений.

2) $Nx = k - 1 - x$. Здесь Nx или, как часто обозначают, $\sim x$ является другим обобщением отрицания в смысле «зеркального» отображения значений. В литературе оно носит название *отрицания Лукашевича*.

3) $$I_i(x) = \begin{cases} k-1 & \text{при } x = i, \\ 0 & \text{при } x \neq i \end{cases} \quad (i = 0, \ldots, k-1).$$

Функции $I_i(x)$ при $i \neq k-1$ являются обобщениями некоторых свойств отрицания.

4) $$j_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x = i, \\ 0 & \text{при } x \neq i. \end{cases}$$

Функция $j_i(x)$ — характеристическая функция значения i и при $i \neq k-1$ представляет собой обобщение отрицания.

5) $\min(x_1, x_2)$ — обобщение конъюнкции.

6) $x_1 x_2 \pmod{k}$ — второе обобщение конъюнкции.

7) $\max(x_1, x_2)$ — обобщение дизъюнкции.

8) $x_1 + x_2 \pmod{k}$.

Из рассмотрения этого списка элементарных функций видно, что функции алгебры логики имеют в k-значной логике ($k \geqslant 3$) по нескольку аналогов, каждый из которых обобщает соответствующее свойство функции.

Затем, так же как и в алгебре логики, вводится понятие формулы над множеством функций $\mathfrak{P}$. Формулы мы обозначаем символами $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \ldots$ без индексов и с индексами. Если мы хотим указать зависимость формулы от переменных или выделить функции, из которых построена формула, то употребляем обозначения

$$\mathfrak{A}(x_1, \ldots, x_n), \quad \mathfrak{A}[f_1, \ldots, f_s].$$

Каждой формуле $\mathfrak{A}(x_1, \ldots, x_n)$ сопоставляется функция $f(x_1, \ldots, x_n)$ из P_k, при этом говорят также, что формула $\mathfrak{A}$ реализует функцию f. Аналогичный смысл здесь имеют суперпозиция функций из $\mathfrak{P}$ и операция суперпозиции. Далее вводится понятие эквивалентности формул $\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{B}$: $\mathfrak{A} = \mathfrak{B}$, если соответствующие им функции $f_{\mathfrak{A}}$ и $f_{\mathfrak{B}}$ равны.

Опираясь на понятие эквивалентности, можно описать основные свойства элементарных функций. Укажем некоторые из них. Пусть $(x_1 \circ x_2)$ обозначает любую из функций $\min(x_1, x_2)$, $x_1 x_2 \pmod{k}$, $\max(x_1, x_2)$, $x_1 + x_2 \pmod{k}$.