

Непрерывность, выпуклость, компактность
Образец варианта заданий

1. Является ли функция

$$s(f, g) = \int_0^1 f(x)g(1-x) dx$$

скалярным произведением в пространстве $L^2(0, 1)$?

2. В пространстве ℓ^2 задана функция

$$J(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{1/n} x_n^2.$$

Является ли она непрерывной? п/н снизу? слабо непрерывной? выпуклой? слабо п/н снизу?

3. Изобразить на координатной плоскости четыре множества

$$A = \{ x > 0, y > 0, xy \geq 1 \}, \quad B = \left\{ 0 < x < 1, y > \frac{1}{x(1-x)} \right\}, \quad A \cup B, \quad A \cap B.$$

Обладает ли каждое из них свойствами выпуклости? замкнутости? ограниченности?