

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»**  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ  
УНИВЕРСИТЕТ МГУ-ППИ В ШЭНЬЧЖЭНЕ



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ВМК МГУ,  
Академик

*/И.А. Соколов/*

«14» сентября 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Дополнительные вопросы  
теории обыкновенных дифференциальных уравнений

Ordinary differential equations theory: supplementary chapters

**Уровень высшего образования:**

Подготовка кадров высшей квалификации

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова»

1. Краткая аннотация:

**Название дисциплины** Дополнительные вопросы теории обыкновенных дифференциальных уравнений

**Цель** изучения дисциплины – Данный курс посвящен некоторым важным разделам теории обыкновенных дифференциальных уравнений, которые не затрагиваются в соответствующем стандартном курсе и которые важны как в теоретическом аспекте, так и для приложений. А именно, существование и единственность решения дифференциальных уравнений рассматриваются в рамках не классического, а обобщенного понятие решения, что важно, в частности, для задач оптимального управления. Кроме того, разбирается теорема существования аналитического решения системы для системы дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Рассматриваются вопросы построения функции Грина и представление через эту функцию решений краевых задач, а также применения метода характеристик к решению линейных и квазилинейных уравнений с частными производными.

2. Уровень высшего образования – аспирантура

3. Научная специальность

*1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика».*

область науки: Физико-математические науки.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры обязательный курсы.

*5. Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов, из которых 28 часа составляет контактная работа студента с преподавателем (24 часов занятия лекционного типа, 4 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 80 часа составляет самостоятельная работа учащегося.*

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

На предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы:

1. Математический анализ
2. Функциональный анализ
3. Обыкновенные дифференциальные уравнения
4. Уравнения математической физики
5. Оптимальное управление..

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы						Самостоятельная работа обучающегося, часы		
		из них						из них		
Занятия лекционно-го типа	Занятия семинарско-го типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка к коллоквиумам	Всего		
<b>Тема 1. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений</b>  Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.	16	6	2	-	-		8	8	-	8
<b>Тема 2. Системы обыкновенных дифференциальных</b>	8	4	-	-	-	-	4	4	-	4

<p><b>уравнений с комплексными аргументами</b></p> <p>Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.</p>										
<p><b>Тема 3. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью</b></p> <p>Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори. Решение в смысле Филлипова.</p>	12	6	-	-	-	-	6	6	-	6
<p><b>Тема 4. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка</b></p> <p>Линейные и квазилинейные</p>	18	8	2	-	-		8	8	-	8

уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона–Якоби.										
Промежуточная аттестация: <i>зачет</i> (экзамен)	36									36
<b>Итого</b>	108	28	24			4	28	24		56

## 8. Образовательные технологии.

При проведении лекционных занятий предусматривается использование информационных технологий, включающих пакеты математических программ: MATLAB, MATHEMATICA и др. Использование информационных технологий осуществляется, в частности, в процессе реализации активных и интерактивных форм проведения занятий. При чтении лекций в качестве материала, иллюстрирующего возможности математического моделирования в различных ситуациях, активно используются примеры из практики обработки данных в процессе исследований в предметной области. Информационные и интерактивные технологии используются при обсуждении проблемных и неоднозначных вопросов, требующих выработки решения в ситуации неопределенности.

## 9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом .

### **Тема 1 «Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений»**

- ✓ Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
- ✓ Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
- ✓ Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
  
- ✓ Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.

### **Тема 2 «Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами»**

- ✓ Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Издательство иностранной литературы, 1962.

### **Тема 3 «Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью»**

Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Издательство физ.-мат. Литературы, 1985.

### **Тема 4 «Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка»**

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
2. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1995.

3. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961.
4. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.

10. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

**Основная литература:**

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
2. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
3. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Издательство физ.-мат. Литературы, 1985.
4. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Издательство иностранной литературы, 1962.
5. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1995.

**Дополнительная литература:**

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
2. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961.
3. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.

- Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости):

<http://elibrary.ru>

[www.scopus.com](http://www.scopus.com)

- Описание материально-технической базы.  
Занятия проводятся в аудитории, оснащенной мультимедийным экраном

11. Язык преподавания – русский

12. Преподаватели:

Степень, должность ФИО., e-mail, тел.: -К.ф.-м.н., доцент Востриков Иван Васильевич,  
[ivan\\_vostrikov@cs.msu.su](mailto:ivan_vostrikov@cs.msu.su), 4959395135

### **Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения**

#### **Образцы домашних заданий:**

1. Нахождение функции Грина и решение конкретных примеров краевых задач для линейного уравнения. Например,  $-u'' + w^2 u = 0$ ,  $u(0) = u(1) = 0$ .
2. Решение конкретных примеров для уравнений в частных производных первого порядка. Например,
  - $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .
  - $x \frac{\partial u}{\partial x} + (x^2 + y) \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ ,  $u(2, y) = y - 4$ .
3. Доказать продолжимость решений конкретных примеров для обыкновенных дифференциальных уравнений. Например,  $p' + p + p^2 = 0$ .
4. Кроме того в качестве домашнего задания подразумевается изучение рекомендуемой литературы.

#### **Вопросы для промежуточной аттестации – зачета (экзамена):**

1. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина.
2. Представление решения краевой задачи для линейного уравнения или системы уравнений.
3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Теорема существования и единственности аналитического решения методом мажорант.
4. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Решение по Каратеодори.
5. Теорема о существовании, единственности и продолжимости решения для системы дифференциальных уравнений при условиях Каратеодори.
6. Условия на систему управления, гарантирующие существование, единственность и продолжимость траектории системы, отвечающей измеримому существенно ограниченному управлению.
7. Теорема о непрерывности и дифференцируемости траектории по начальным условиям.
8. Решение дифференциального уравнения в смысле Филиппова. Условия существования.
9. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши. Теория Гамильтона–Якоби.
10. Метод характеристик для решения линейных и квазилинейных уравнений с частными производными.

### **Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения**

Зачет (экзамен) проходит по билетам, включающем 2 вопроса. Уровень знаний аспиранта по каждому вопросу на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». В случае если на все вопросы был дан ответ, оцененный не ниже чем «удовлетворительно», аспирант получает общую оценку «зачтено».