

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»**  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ  
УНИВЕРСИТЕТ МГУ-ППИ В ШЭНЬЧЖЭНЕ

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета ВМК МГУ  
и кибернетики  
Московского государственного  
университета  
имени М.В.Ломоносова  
Академик



*/И.А. Соколов/*  
«14» сентября 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Оптимальное управление волновыми процессами  
Wave processes optimal control

**Уровень высшего образования:**

Подготовка кадров высшей квалификации

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова»

1. Краткая аннотация:

**Название дисциплины**

Оптимальное управление волновыми процессами

**Цель** изучения дисциплины – Данный курс посвящен некоторым важным разделам теории обыкновенных дифференциальных уравнений, которые не затрагиваются в соответствующем стандартном курсе и которые важны как в теоретическом аспекте, так и для приложений. А именно, существование и единственность решения дифференциальных уравнений рассматриваются в рамках не классического, а обобщенного понятие решения, что важно, в частности, для задач оптимального управления. Кроме того, разбирается теорема существования аналитического решения системы для системы дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Рассматриваются вопросы построения функции Грина и представление через эту функцию решений краевых задач, а также применения метода характеристик к решению линейных и квазилинейных уравнений с частными производными.

2. Уровень высшего образования – аспирантура

3. Научная специальность

*1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика»*

область науки: Физико-математические науки.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры курс по выбору.

*5. Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов, из которых 28 часа составляет контактная работа студента с преподавателем (24 часов занятия лекционного типа, 4 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 80 часа составляет самостоятельная работа учащегося.*

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

На предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы:

1. Математический анализ
2. Функциональный анализ
3. Обыкновенные дифференциальные уравнения
4. Уравнения математической физики
5. Оптимальное управление..

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),  форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы  из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы  из них		
		Занятия лекционно го типа	Занятия семинарско го типа	Групповые консуль тации	Индивидуальные кон сультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка к коллоквиумам	Всего
<b>Тема 1. Различные постановки задач управления колебательными процессами.</b>  Общая постановка задач граничного управления колебаниями струны и мембраны, виды граничных условий, типы управления, начальных и финальных условий. Способы постановки задачи оптимального граничного управления.	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6

<p><b>Тема 2. Обобщенное и слабое решение начально-краевых задач.</b></p> <p>Начально-краевая задача для волнового уравнения, способы задания её обобщённого решения. Функциональные пространства обобщенных решений. Методы построения обобщенных решений.</p>	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6
<p><b>Тема 3. Управляемость колебательного процесса.</b></p> <p>Примеры задач, для которых невозможно найти граничное управление. Теоремы о необходимых и достаточных условиях существования и единственности решения задачи граничного управления колебательными процессами.</p>	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6
<p><b>Тема 4. Нелокальные задачи граничного управления.</b></p> <p>Задачи граничного управления с модельными нелокальными граничными условиями, методы их исследования и качественные свойства решений.</p>	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6

<p><b>Тема 5. Оптимизация граничного управления.</b></p> <p>Понятие функционала граничной энергии, условий связи. Методы нахождения условий связи и общая схема решения задач оптимального управления.</p>	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6
<p><b>Тема 6. Задачи граничного управления с граничными условиями типа торможения.</b></p> <p>Моделирование среды, создающей торможение для колебательного процесса. Особенность решения начально-краевых задач с граничными условиями, содержащими наклонную производную. Современные приложения..</p>	14	4	-	2	-	2	6	6	-	6
<p>Промежуточная аттестация: <i>зачет</i> (экзамен)</p>	34									
<b>Итого</b>	108	24				4	28	24		56

## 8. Образовательные технологии.

Процесс обучения состоит из обсуждения теории, студенты регулярно делают доклады по изученным самостоятельно научным статьям. В конце семестра проводится устный экзамен.

## 9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

## 10. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

### Основная литература

1. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. Москва: Мир, 1972. — 416 с.
2. Тихонов А.Н. Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. — 735 с.: ил. (и другие издания).
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.:Наука, 1981. — 512 с.:ил.
4. Ильин В. А., Моисеев Е. И. Оптимизация граничных управлений колебаниями струны // Успехи математических наук. — 2005. — Т. 60, № 6. — С. 89–114.
5. Ильин В.А., Тихомиров В.В. Волновое уравнение с граничным управлением на двух концах и задача о полном успокоении колебательного процесса // Дифференциальные уравнения. — 1999. — Т. 35, № 5. — С. 692–704.
6. Ильин В.А., Моисеев Е.И. О единственности решения смешанной задачи для волнового уравнения с нелокальными граничными условиями // Дифференциальные уравнения. — 2000. — Т. 36, № 5. — С. 656–661.
7. Ильин В. А. Граничное управление процессом колебаний на двух концах в терминах обобщенного решения волнового уравнения с конечной энергией // Дифференциальные уравнения. — 2000. — Т. 36, № 11. — С. 1513–1528.
8. Ильин В. А. Граничное управление на одном конце струны при наличии нелокального граничного условия одного из четырех типов и его оптимизация // Дифференциальные уравнения. — 2008. — Т. 44, № 11. — С. 1487–1498.
9. Ильин В. А. Оптимизация граничного управления на одном конце струны при наличии модельного нелокального условия // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 4. — С. 6–18.
10. Холмеева А. А. Оптимальное граничное управление колебаниями струны с модельным нелокальным граничным условием одного из двух типов // Доклады Академии наук. — 2011. — Т. 437, № 2. — С. 164–167.
11. Моисеев Е. И., Холмеева А. А. Об одной задаче оптимального граничного управления с динамическим граничным условием // Дифференциальные уравнения. — 2013. — Т. 49, № 5. — С. 667–671.
12. A. Smyshlyaev and M. Krstic, “Boundary control of an anti-stable wave equation with anti-damping on the uncontrolled boundary,” *Systems & Control Letters*, vol. 58, pp. 617-623, 2009.

### Дополнительная литература

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.:Наука, 1963 г.
2. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении. М.: Фонд математического образования и просвещения. 1998.
3. Акуленко Л.Д. Асимптотические методы оптимального управления. М.:Наука, 1987.

- Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости):

<http://elibrary.ru>

[www.scopus.com](http://www.scopus.com)

- Описание материально-технической базы.  
Занятия проводятся в аудитории, оснащенной мультимедийным экраном

11. Язык преподавания – русский

12. Преподаватели:

*Степень, должность ФИО.,e-mail, тел.:* -

К.ф.-м.н., доцент Холомеева Анна Андреевна, [kholomeeva@cs.msu.ru](mailto:kholomeeva@cs.msu.ru), 4959390836

## **Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения**

### **Список вопросов для устного экзамена.**

Общая постановка задач граничного управления колебаниями струны, виды граничных условий, типы управления, начальных и финальных условий.

Начально-краевая задача для волнового уравнения, её обобщённое решение. Схема построения обобщенного решения.

Необходимые и достаточные условия управляемости системы на примере какой-либо задачи граничного управления.

Единственность решения начально-краевой задачи с нелокальными граничными условиями.

Понятие оптимального граничного управления колебаниями струны, схема решения задачи оптимизации на примере какой-либо задачи.

Задача оптимизации граничного управления, условия связи. Схема решения на примере одной из задач граничного управления.

Нелокальные задачи граничного управления. Единственность обобщенных решений соответствующих начально-краевых задач.

Оптимизация граничного управления при наличии модельных нелокальных граничных условий.

Задачи граничного управления при наличии наклонной производной в граничном условии.

### **Материалы для мероприятий текущего контроля.**

Мероприятия текущего контроля реализуются в виде устных докладов, которые должен сделать каждый студент в течение семестра. Доклад заключается в подобном изложении решения какой-либо конкретной задачи из теории граничного управления колебательными процессами с точки зрения текущей темы, раскрывая её на более подробном уровне.

### **Система контроля и оценивания**

Окончательная оценка определяется исходя из оценки устного ответа студента, при этом отсутствие удовлетворительного доклада в течение семестра может понизить оценку на балл, а отличный доклад и работа в течение семестра может улучшить оценку студента не более, чем на один балл.