

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ  
УНИВЕРСИТЕТ МГУ-ППИ В ШЭНЬЧЖЭНЕ



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ВМК МГУ,  
Академик

*/И.А. Соколов/*

«14» сентября 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Обыкновенные дифференциальные уравнения  
и оптимальное управление  
Ordinary differential equations and optimal control

**Уровень высшего образования:**

подготовка кадров высшей квалификации

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова»

1. Краткая аннотация:

***Название дисциплины***

Обыкновенные дифференциальные уравнения и оптимальное управление

**Цель изучения дисциплины.** Данный курс посвящен систематизации методов теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории оптимального управления, а также обсуждению численных методов и приложений, которые не затрагиваются в поточных курсах. А именно: хаотическая динамика в нелинейных динамических системах, методы исследования устойчивости и перехода к хаосу, вариационные методы решения краевых задач и методы оптимального управления в задаче стабилизации. Цель курса – научить использовать методы исследования динамических и управляемых систем в конкретных задачах.

2. Уровень высшего образования –аспирантура

3. Научная специальность

*1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика».*

Область науки: *физико-математические науки.*

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры обязательный курсы.

*5. Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов, из которых 28 часа составляет контактная работа студента с преподавателем (24 часов занятия лекционного типа, 4 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 80 часа составляет самостоятельная работа учащегося.*

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

На предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы:

1. Математический анализ

2. Линейная алгебра

3. Обыкновенные дифференциальные уравнения

4. Оптимальное управление

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы из них		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка к коллоквиумам	Всего
<p><b>Тема 1. Хаотическая динамика в нелинейных динамических системах</b></p> <p>Хаос в дискретной и непрерывной динамике. Удвоение периода нелинейных колебаний. Странный аттрактор. Управление хаосом. Синхронизация. Спектры и автокорреляция.</p>	16	6	2	-	-		8	8	-	8
<p><b>Тема 2. Методы исследования устойчивости решений.</b></p> <p>Отображение Пуанкаре. Теорема Флоренция-Ляпунова. Ляпуновские</p>	12	6	-	-	-	-	6	6	-	6

показатели и методы их вычисления. Бифуркация Хопфа. Теорема об устойчивости Барбашина-Красовского. Модель Хопфилда и нейронные сети.										
<b>Тема 3. Вариационные методы решения краевых задач.</b> Симплектические методы интегрирования. Метод Нумерова. Методы Рунге, Галеркина и коллокаций на примере уравнения Шредингера.	8	4	-	-	-	-	4	4	-	4
<b>Тема 4. Методы оптимального управления в задаче стабилизации</b> Управляемость и наблюдаемость. Оптимальное управление для линейно-квадратичных систем. Уравнение Риккати. Методы LQR, LQЕи LQG (фильтр Калмана).	18	8	2	-	-		8	8	-	8
Промежуточная аттестация: <u>зачет</u> (экзамен)	22									56
<b>Итого</b>	108	24				4	28	24		56

## 8. Образовательные технологии.

При проведении лекционных занятий предусматривается использование информационных технологий, включающих пакеты математических программ: MATLAB (Octave), Python и др. Использование информационных технологий осуществляется, в частности, в процессе реализации активных и интерактивных форм проведения занятий. При чтении лекций в качестве материала, иллюстрирующего возможности математического моделирования в различных ситуациях, активно используются примеры из практики обработки данных в процессе исследований в предметной области. Информационные и интерактивные технологии используются при обсуждении проблемных и неоднозначных вопросов, требующих выработки решения в ситуации неопределенности.

## 9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом.

### **Тема 1 «Хаотическая динамика в нелинейных динамических системах»**

- S. Lynch, Dynamical Systems with Applications using MATLAB, 2nd edn., Springer, Berlin, 2014
- S. Lynch, Dynamical Systems with Applications using Python, 3rd edn., Springer, Berlin, 2018.
- S. H. Strogatz, Nonlinear Dynamics And Chaos: With Applications To Physics, Biology, Chemistry, and Engineering, 2nd edn., CRC Press, Boca Raton, 2015.
- A.H. Nayfeh, B. Balachandran, Applied Nonlinear Dynamics: Analytical, Computational, and Experimental Methods, Wiley, New York, 1995.

### **Тема 2 «Методы исследования устойчивости решений»**

- Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
- Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.
- Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
- J. Argyris, G. Faust, M. Haase, R. Friedrich, An Exploration of Dynamical Systems and Chaos, 2nd edn., Springer, Berlin, 2015.
- S. H. Strogatz, Nonlinear Dynamics And Chaos: With Applications To Physics, Biology, Chemistry, And Engineering, 2nd edn., CRC Press, Boca Raton, 2015.

### **Тема 3 «Вариационные методы решения краевых задач»**

- J. P. Boyd, Chebyshev and Fourier Spectral Methods: 2nd edn. Dover, Mineola, NY, 2001.

### **Тема 4 «Методы оптимального управления в задаче стабилизации»**

- Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов, М.: Наука, 1961.

- Б.Т. Поляк, М. В. Хлебников Л. Б. Рапопорт, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ, М.: УРСС, 2019.

10. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

**Основная литература:**

- Б.Т. Поляк, М. В. Хлебников Л. Б. Рапопорт, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ, М.: УРСС, 2019.
- Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов, М.: Наука, 1961.
- Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
- J. P. Boyd, Chebyshev and Fourier Spectral Methods: 2nd edn. Dover, Mineola, NY, 2001.
- S. Lynch, Dynamical Systems with Applications using MATLAB, 2nd edn., Springer, Berlin, 2014.
- S. Lynch, Dynamical Systems with Applications using Python, 3rd edn., Springer, Berlin, 2018.
- S. H. Strogatz, Nonlinear Dynamics And Chaos: With Applications To Physics, Biology, Chemistry, and Engineering, 2nd edn., CRC Press, Boca Raton, 2015.

**Дополнительная литература:**

- Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.
- Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
- J. Argyris, G. Faust, M. Haase, R. Friedrich, An Exploration of Dynamical Systems and Chaos, 2nd edn., Springer, Berlin, 2015.
- А.Н. Nayfeh, В. Balachandran, Applied Nonlinear Dynamics: Analytical, Computational, and Experimental Methods, Wiley, New York, 1995.
- Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости):

<http://elibrary.ru>

[www.scopus.com](http://www.scopus.com)

<https://octave.org/>

<https://jupyter.org/>

Описание материально-технической базы.

Занятия проводятся в аудитории, оснащенной мультимедийным экраном

11. Язык преподавания – русский

12. Преподаватели:

*Степень, должность ФИО., e-mail, тел.:* – д.ф.-м.н., профессор Мельников Николай Борисович, [melnikov@cs.msu.ru](mailto:melnikov@cs.msu.ru), 49593953595

**Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения**

### **Образцы домашних заданий (программ) для получения экзамена:**

1. Написать программу для вычисления мультипликаторов *дискретной* динамики и исследовать устойчивость периодических решений. Найти значения параметров бифуркации удвоения периода.
2. Написать программу для вычисления мультипликаторов *непрерывной* динамики и исследовать устойчивость периодических решений. Найти значения параметров бифуркации удвоения периода.
3. Построить спектрограмму данной динамической системы и определить характер решений.
4. Реализовать метод Нумерова и применить его для решения радиальной части уравнения Шредингера.
5. Написать программу, реализующую фильтр Калмана для данной динамической системы.

### **Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения**

Оценка за экзамен выставляется на основе отчетов и программ, сданных за семестр на странице курса в GoogleClassroom. Уровень знаний аспиранта по оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».