

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ
УНИВЕРСИТЕТ МГУ-ППИ В ШЭНЬЧЖЭНЕ



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ВМК МГУ,
Академик

/И.А. Соколов/

«14» сентября 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

*направленная на подготовку к сдаче экзамена кандидатского минимума по специальности
1.1.4. «Теория вероятностей и математическая статистика»*

Уровень высшего образования:
Подготовка кадров высшей квалификации

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с паспортом специальности 1.1.2 – «Теория вероятностей и математическая статистика» (физико-математические науки) и «Требованиями к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемыми Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова», утвержденными приказом ректора МГУ № 1216 от 24.11.2021 г.

1. Краткая аннотация:

Специальность 1.1.4. «Теория вероятностей и математическая статистика»

Цель изучения дисциплины – получение аспирантами теоретических знаний в области теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов.

Подготовка аспирантов к сдаче экзамена по специальности 1.1.4 – «Теория вероятностей и математическая статистика».

2. Уровень высшего образования – подготовка кадров высшей квалификации

3. Научная специальность: 1.1.2 – «Теория вероятностей и математическая статистика», область науки: физико-математические науки

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры: *Дисциплина, направленная на подготовку к сдаче экзамена кандидатского минимума по специальности 1.1.2 «Теория вероятностей и математическая статистика»*

5. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов, из которых 36 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (36 часов занятия лекционного типа), 72 часа составляет самостоятельная работа учащегося.

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

На предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы: обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения с частными производными, функциональный анализ.

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					Самостоятельная работа обучающегося, часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	Всего	Выполнение домашних заданий	Чтение учебной и научной литературы	Всего
<p>Тема 1. Теория вероятностей и теория случайных процессов Вероятностные меры, Случайные величины и распределения в R^n, Последовательности случайных величин, Случайные процессы. Распределения в функциональных пространствах, Стохастическое исчисление и диффузионные процессы, Стохастический интеграл. Формула Ито. Существование и единственность решений стохастических дифференциальных уравнений.</p>	42	16	-	-	-		16	10	16	26

Исследование распределений функционалов от диффузионных процессов с помощью дифференциальных уравнений.										
Тема 2. Математическая статистика Достаточные статистики и сигма-алгебры. Критерий факторизации. Полнота семейств распределений. Экспоненциальные семейства. Теорема Рао -Блекуэлла - Колмогорова. Использование для построения наилучшей несмещенной оценки Несмещенность. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией. Неравенство Рао-Крамера. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Простая гипотеза. Критерий для проверки простых гипотез. Ошибки 1-го и 2-го родов. Мощность критерия. Лемма Неймана- Пирсона.	66	20	-	-	-	-	20	20	26	46
3. Промежуточная аттестация допуск к кандидатскому экзамену										
Итого	108	36					36	30	42	72

8. Образовательные технологии.

Проводятся лекции с использованием мультимедийной техники; лекции-демонстрации.

9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

10. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

Основная литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функции и функционального анализа. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2004 г.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1 М.:Мир, 1984 г.
3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.2 М.:Мир, 1984 г.
4. Боровков А.А. Математическая статистика. М.:УРСС, 2010.
5. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. М.:ФИЗМАТЛИТ, 1996 г.
6. Ширяев А.Н. Вероятность. (в двух книгах) М.:МЦНМО, 2007 г.
7. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.:УРСС, 2009 г.
8. Гихман И.И. Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов М.Наука, 1977 г.
9. Крамер Г. Математические методы статистики. М.:Мир, 1975 г.
10. Прохоров Ю.В., Розанов Ю. А. Теория вероятностей. М.Наука, 1987 г.

Дополнительная литература

1. Энциклопедия «Вероятность и математическая статистика». Под ред. Ю. В. Прохорова. М. Российская Энциклопедия, 1999

11. Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при наличии): Интернет, российские и международные библиотеки и базы данных:

Общероссийский портал Math-Net.Ru,

Научная электронная библиотека Elibrary (www.elibrary.ru) и другие.

12. Описание материально-технической базы.

Занятия проводятся в аудитории, оснащенной проектором, экраном, ноутбуком, лазерной указкой, досками для мела/маркеров.

11. Язык преподавания – русский

12. Преподаватели:

Королев В. Ю.	д.ф.-м.н.	профессор
Бенинг В. Е.	д.ф.-м.н.	профессор
Беляев К.П.	д.ф.-м.н.	профессор
Борисов А.В.	д.ф.-м.н.	доцент
Горшенин А.К.	д.ф.-м.н.	доцент
Захарова Т.В.	к.ф.-м.н.	доцент
Ушаков В. Г.	д.ф.-м.н.	профессор
Хохлов Ю. С,	д.ф.-м.н.	профессор
Шевцова И.Г.	д.ф.-м.н.	профессор
Шестаков О. В.	д.ф.-м.н.	профессор

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Примеры вопросов для промежуточной аттестации – допуска к кандидатскому экзамену:

1. Алгебры и сигма-алгебры. Конечные и бесконечные измеримые пространства. Теорема Каратеодори о продолжении
2. Примеры наиболее важных для теории вероятностей измеримых пространств $\mathbb{R}^1, \mathbb{R}^n, \mathbb{R}^\infty, \mathbb{R}^T$
3. Построение вероятностной меры в \mathbb{R}^∞ . Теорема Колмогорова. Схема Бернулли с бесконечным числом испытаний. Гауссовские последовательности.
4. Вероятностное пространство. Аксиоматика Колмогорова.
5. Измеримые функции. Равномерная сходимость, сходимость почти всюду и сходимость по мере.
6. Определение интеграла Лебега и его связь с интегралом Лебега-Стилтьеса в \mathbb{R}^1 .
7. Мера, определяемая с помощью интеграла Лебега. Производная Радона-Никодима.
8. Произведения мер. Теорема Фубини.
9. Пространства L_1 и L_2 и их характеристики.
10. Сходимость в среднем. Ортогональность или некоррелированность случайных величин. Проекция случайной величины на подпространство, порожденное другими случайными величинами.
11. Независимость событий и сигма-алгебр. Условные вероятности и условные математические ожидания.
12. Определение и основные свойства функции распределения и характеристической функции случайных величин. Формулы обращения, равенство Парсеваля. Теорема непрерывности.
13. Центральная предельная теорема. Теорема Берри-Эссеена.
14. Безгранично делимые распределения. Представление Леви-Хинчина логарифма характеристической функции безгранично делимого закона.
15. Вероятности больших уклонений.
16. Закон нуля или единицы.
17. Усиленный закон больших чисел.
18. Закон повторного логарифма.
19. Стационарность, эргодичность, теорема Биркгофа-Хинчина.
20. Слабая сходимость, относительная компактность и плотность семейств вероятностных мер.
21. Непрерывность и дифференцируемость случайной функции.
22. Процессы с независимыми приращениями. Пуассоновский процесс. Винеровский процесс и свойства его траекторий.
23. Стохастический интеграл от неслучайной функции и его основные свойства. Спектральное представление стационарного в широком смысле процесса и его корреляционной функции. Теорема Бохнера-Хинчина.
24. Линейные преобразования стационарных процессов, интегрирование и дифференцирование. Линейное прогнозирование. Гауссовские процессы.
25. Мартингалы и полумартингалы. Тождество Вальда.
26. Теоремы о сходимости мартингалов.
27. Цепи Маркова, классификация состояний, условия эргодичности.
28. Процессы рождения и гибели, ветвящиеся процессы, скачкообразные процессы.
29. Марковские процессы и полугруппы. Уравнения Колмогорова.
30. Стохастический интеграл. Формула Ито.
31. Существование и единственность решений стохастических дифференциальных уравнений.
32. Исследование распределений функционалов от диффузионных процессов с помощью дифференциальных уравнений.
33. Достаточные статистики и сигма-алгебры. Критерий факторизации.
34. Полнота семейств распределений. Экспоненциальные семейства.

35. Теорема Рао -Блекуэлла - Колмогорова. Использование для построения наилучшей несмещенной оценки
36. Несмещенность. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией. Неравенство Рао-Крамера.
37. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия.
38. Простая гипотеза. Критерий для проверки простых гипотез. Ошибки 1-го и 2-го родов. Мощность критерия. Лемма Неймана- Пирсона.

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Аспиранту задают 2 вопроса из перечня вопросов для промежуточной аттестации.

Преподаватели оценивают уровень знаний аспиранта. В случае удовлетворительного ответа на все вопросы аспирант получает допуск к сдаче кандидатского экзамена по специальности.