

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ
УНИВЕРСИТЕТ МГУ-ППИ В ШЭНЬЧЖЭНЕ



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ВМК МГУ,
и кибернетики
Академик

/И.А. Соколов/

«14» сентября 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Графы и их приложения
Graphs and their applications

Уровень высшего образования:

Подготовка кадров высшей квалификации

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова»

1. Краткая аннотация:

Название дисциплины Графы и их приложения

Программа по дисциплине «Графы и их приложения» рассматривает современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения и направлена на формирование умений применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения

2. Уровень высшего образования – аспирантура

3. Научная специальность

1.1.5 Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (171-01-01-115)

физико-математические науки

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры – обязательный курс

5. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 часов.

32 часов составляет контактная работа с преподавателем – 28 часа занятий лекционного типа, 2 часа групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации. 76 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной и общей алгебре, основам программирования и алго-ритмам, дискретной математике и основам кибернетики в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и ин-формационные науки».

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы						Самостоятельная работа учащегося, часы - из них		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия для текущего контроля успеваемости	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего
<p>Тема 1. Виды графов и их свойства Графы. Основные определения. Простейшие свойства графов. Пути и цепи в графах. Связность, ксвязность. Деревья, корневые деревья. Остов ные деревья. Точки сочленения и мосты. Связность, ксвязность. Двусвязные графы. Компоненты двусвязности (блоки) графа. Дерево блоков и точек сочленения графа. Деревья. Остовные деревья. Число остовных деревьев помеченного полного графа. Достижимость промежуточного числа висячих</p>	2	2	-	-	-	-	2	-	-	-

вершин в остовном дереве. Оценка числа висячих вершин в остовном дереве.										
Тема 2. Раскраски графов Раскраски вершин графов. Хроматическое число графа. Критерий двуцветности графа. Верхние оценки хроматического числа графа. Существование графов без треугольников с произвольно большим хроматическим числом. Раскраски ребер графов. Хроматический индекс графа. Хроматический индекс двудольных графов. Верхняя и нижняя оценки хроматического индекса графа.	14	4	-	-	-	-	4	10	-	10
Тема 3. Экстремальные графы и числа Рамсея Наследственные свойства графов. Наибольшее число ребер в графах с наследственным свойством. Наибольшее число ребер в планарных графах. Наибольшее число ребер в графах без полного подграфа с n вершинами. Числа Рамсея. Верхняя и нижняя оценки числа Рамсея.	16	6	-	-	-	-	6	10	-	10
Тема 4. Быстрые алгоритмы на графах Поиск в глубину и поиск в ширину в графе. Нахождение остовного дерева графа поиском в глубину и поиском в ширину. Отыскание фундаментального множества циклов в графе. Критерий разделяющей вершины на основе поиска в	18	8	-	-	-	-	4	10	-	10

глубину. Нахождение компонент двусвязности графа. Алгоритмы поиска кратчайшего остовного дерева. Матроиды и жадные алгоритмы.										
Тема 5. Потoki в сетях и паросочетания Потоки в сетях. Максимальный поток в сети. Теорема Форда Фалкерсона о величине максимального потока в сети. Алгоритмы отыскания максимального потока в сети. Паросочетания в графах. Теорема Холла. Паросочетания в двудольных графах. Алгоритм отыскания наибольшего паросочетания двудольного графа на основе построения максимального потока в сети. Паросочетания в графах. Теорема Куна. Теорема Эдмонса. Алгоритмы отыскания наибольших паросочетаний в двудольных графах и в произвольных графах.	24	6	-	2	-	-	8	16	-	16
Тема 6. Труднорешаемые задачи и переборные алгоритмы Эйлеровы пути и циклы в графах. Критерий эйлеровости графа. Задача китайского почтальона. Гамильтоновы пути и циклы в графах. Достаточные условия гамильтоновости графа. Гамильтоновы циклы в графах. Задача коммивояжера с неравенством треугольника и	12	2	-	-	-	-	2	10	-	10

без него. Приближенные алгоритмы. Переборные алгоритмы, дерево решений. Алгоритм перебора всех остовных деревьев графа. Изоморфизм графов. Полиномиальный алгоритм проверки изоморфизма деревьев. Построение выпуклого n угольника на достаточно большом множестве точек.										
Промежуточная аттестация – письменный экзамен		-	-	-	-	-	2	24	-	24
Итого	108	28					80			

8. Образовательные технологии:

При проведении лекционных занятий предусматривается использование презентаций с основными тезисами и иллюстрирующими примерами.

9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала (высылаемого в форме презентаций после каждой лекции), учебно-методической литературы, выполнении домашних заданий и подготовке к промежуточной аттестации.

10. Ресурсное обеспечение:

Основная учебно-методическая литература

1. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М.: Либроком, 2009.
2. Bondy J.A., Murty U.S.R. Graph theory. Springer, 2008.
3. Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973.
4. Липский В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир, 1988.
5. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2004.

Дополнительная учебно-методическая литература

1. Алексеев В.Б. Лекции по дискретной математике. М.: Инфра-М, 2012.
2. Алексеев В.Б. Введение в теорию сложности алгоритмов. М.: Издательский отдел ф-та ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова, 2002.
3. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
4. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980.
5. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. М.: Наука, 1986.
6. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях. М.: Мир, 1966.
7. Чашкин А.В. Лекции по дискретной математике. М.: Изд-во механико-математического ф-та МГУ имени М.В. Ломоносова, 2007.
8. Diestel R. Graph Theory. Springer, 2010.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. Math-Net.Ru [Электронный ресурс] : общероссийский математический портал / Математический институт им. В. А. Стеклова РАН ; Российская академия наук, Отделение математических наук. - М. : [б. и.], 2010. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.
URL: <http://www.mathnet.ru>
2. Университетская библиотека Online [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система / ООО "Директ-Медиа" . - М. : [б. и.], 2001. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц. URL: www.biblioclub.ru
3. Универсальные базы данных EastView [Электронный ресурс] : информационный ресурс / EastViewInformationServices. - М. : [б. и.], 2012. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.
URL: www.ebiblioteka.ru

4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : информационный портал / ООО "РУНЭБ" ; Санкт-Петербургский государственный университет. - М. : [б. и.], 2005. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.
URL: www.eLibrary.ru

1) Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется аудитория, оборудованная проектором, а также компьютерный класс с доступом к сети Интернет.

11. Язык преподавания – русский

12. Преподаватели:

Селезнева С.Н., д.ф.-м.н., профессор

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. Точки сочленения и мосты в графе. Теорема о равносильных определениях точки сочленения.
2. Связность, k -связность. Двусвязные графы. Теорема о равносильных определениях двусвязного графа.
3. Компоненты двусвязности (блоки) в графе. Критерий принадлежности двух вершин графа одной компоненте двусвязности.
Свойства компонент двусвязности графа. Теорема о дереве блоков и точек сочленения графа.
4. Остовные деревья в графе. Теорема о числе остовных деревьев помеченного полного графа.
5. Остовные деревья в графе. Теорема о достижимости промежуточного числа висячих вершин в остовном дереве графа.
6. Остовные деревья в графе. Теорема об оценке числа висячих вершин в остовном дереве графа.
7. Хроматическое число графа. Критерий двуцветности графа. Верхние оценки хроматического числа графа.
8. Хроматическое число графа. Теорема Брукса о хроматическом числе графа.
9. Хроматическое число графа. Теорема Зыкова о существовании графов без треугольников с произвольно большим хроматическим числом.
10. Хроматический индекс графа. Теорема о хроматическом индексе полного графа.
11. Хроматический индекс графа. Теорема о хроматическом индексе двудольного графа.
12. Хроматический индекс графа. Теорема Визинга о верхней оценке хроматического индекса графа.
13. Наследственные свойства графов. Теорема об оценке наибольшего числа ребер в графе с наследственным свойством.
14. Наследственные свойства графов. Планарные графы, теорема о наибольшем числе ребер в планарном графе.
15. Наследственные свойства графов. Теорема о наибольшем числе ребер в графе без треугольников.

16. Наследственные свойства графов. Теорема Турана о наибольшем числе ребер в графе без полного подграфа с n вершинами.
17. Числа Рамсея. Теорема о верхней оценке числа Рамсея.
18. Числа Рамсея. Теорема Эрдеша о нижней оценке числа Рамсея.
19. Обходы графов. Алгоритмы построения остовных деревьев на основе обходов графа (с оценками сложности).
20. Фундаментальное множество циклов в графе. Алгоритм построения фундаментального множества циклов в графе (с оценкой сложности).
21. Компоненты двусвязности графа. Алгоритм построения компонент двусвязности графа на основе обхода в глубину (с обоснованием и оценкой сложности).
22. Матроиды и жадные алгоритмы. Теорема Радо-Эдмонса.
23. Алгоритмы построения кратчайших остовных деревьев графа (с обоснованием и оценками сложности).
24. Переборные алгоритмы, дерево решений. Алгоритм перебора всех остовных деревьев графа.
25. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона.
26. Потоки в сетях. Алгоритм пометок построения максимального потока в сети (с оценкой сложности).
27. Паросочетания в графах. Теорема Холла.
28. Паросочетания в двудольных графах. Алгоритм построения наибольшего паросочетания в двудольном графе на основе построения максимального потока в сети (с обоснованием и оценкой сложности).
29. Паросочетания в двудольных графах. Теорема Куна. Алгоритм построения наибольшего паросочетания в двудольном графе (с оценкой сложности).
30. Паросочетания в графах. Теорема Эдмонса. Алгоритм построения наибольшего паросочетания в произвольном графе.
31. Эйлеровы пути и циклы в графах. Критерий существования эйлерова цикла в графе. Задача китайского почтальона.
32. Гамильтоновы пути и циклы в графах. Достаточные признаки существования гамильтонова цикла в графе.
33. Гамильтоновы циклы в графах. Задача коммивояжера с неравенством треугольника и без него. Приближенные алгоритмы.
34. Изоморфизм графов. Полиномиальный алгоритм проверки изоморфизма деревьев.
35. Построение выпуклого n -угольника на достаточно большом множестве точек.

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка	2 (не зачтено)	3 (зачтено)	4 (зачтено)	5 (зачтено)
виды оценочных средств				
Знания	Отсутствие	Фрагментарные	Общие, но не	Сформированны

(виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	знаний	знания	структурированные знания	систематические знания
Умения (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2..)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач