

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ
УНИВЕРСИТЕТ МГУ-ППИ В ШЭНЬЧЖЭНЕ



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ВМК МГУ
Академик

/И.А. Соколов/

«14» сентября 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

*направленная на подготовку к сдаче экзамена кандидатского минимума по специальности 1.1.6
«Вычислительная математика»*

Уровень высшего образования:
Подготовка кадров высшей квалификации

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с паспортом специальности 1.1.6 – «Вычислительная математика» (физико-математические науки) и «Требованиями к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемые Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова», утвержденными приказом ректора МГУ № 1216 от 24.11.2021 г.

1. Краткая аннотация:

Специальность 1.1.6 – «Вычислительная математика»

Цель изучения дисциплины – получение аспирантами теоретических знаний о разработке теории численных методов, обосновании и реализации алгоритмов для решения задач алгебры, математической физики, математических моделей различного уровня сложности, эффективной реализации вычислительных алгоритмов на высокопроизводительных вычислительных комплексах. Подготовка аспирантов к сдаче экзамена по специальности 1.1.6 – «Вычислительная математика».

2. Уровень высшего образования – подготовка кадров высшей квалификации

3. Научная специальность: 1.1.6 – «Вычислительная математика», область науки: физико-математические науки

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры: *Дисциплина, направленная на подготовку к сдаче экзамена кандидатского минимума по специальности 1.1.6 «Вычислительная математика»*

5. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов, из которых 36 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (36 часов занятия лекционного типа), 72 часа составляет самостоятельная работа учащегося.

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

На предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы: функциональный анализ; уравнения математической физики; численные методы

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					Самостоятельная работа обучающегося, часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	Всего	Выполнение домашних заданий	Чтение учебной и научной литературы	Всего
Тема 1. Функциональный анализ. <i>Метрические, нормированные, гильбертовы пространства. Линейные функционалы и операторы. Пространства функций C, L_2, L_p, W_p^1.</i>	34	10	-	-	-		10	10	14	24
Тема 2. Задачи математической физики. <i>Математические модели физических задач. Обобщенное решение краевых задач для</i>	34	10	-	-	-	-	10	10	14	24

<i>эллиптических уравнений. Задача Коши.</i>										
Тема 3. Численные методы Численные методы <i>Численные методы алгебры. Приближение функций. Численное интегрирование. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Разностные и вариационно-разностные методы решения уравнений математической физики. Методы решения сеточных уравнений.</i>	40	16					16	10	14	24
4. Промежуточная аттестация допуск к кандидатскому экзамену										
Итого	108	36					36	30	42	72

8. Образовательные технологии.

Проводятся лекции с использованием мультимедийной техники; лекции-демонстрации.

9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

10. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

Основная литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Изд.6-е. М.: МГУ, 1999.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.
3. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Наука, 1980.
4. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. Изд.4-е. М.: Физматлит, 2000.
5. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977.
6. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: Наука,
7. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1982.
8. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Физматлит, 2001.
9. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977.
10. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. Изд.2-е. М.: Наука, 1977.
11. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
12. Денисов А.М. введение в теорию обратных задач. М.: МГУ, 1994.

Дополнительная литература

1. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1976.
2. Мысовских И.П. Интерполяционные кубатурные формулы. М.: Наука, 1981.

- Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при наличии): Интернет, российские и международные библиотеки и базы данных:

Общероссийский портал Math-Net.Ru,

Научная электронная библиотека Elibrary (www.elibrary.ru) и другие.

- Описание материально-технической базы.

Занятия проводятся в аудитории, оснащенной проектором, экраном, ноутбуком, лазерной указкой, досками для мела/маркеров.

11. Язык преподавания – русский

12. Преподаватели:

Абакумов Михаил Владимирович	профессор	д. ф.-м. н.	vmabk@cs.msu.ru
Богомолов Сергей Владимирович	профессор	д. ф.-м. н.	bogomo@cs.msu.ru
Головизнин Василий Михайлович	профессор	д. ф.-м. н.	gol@ibrae.ac.ru
Еленин Георгий Георгиевич	профессор	д. ф.-м. н.	elenin2@rambler.ru
Мухин Сергей Иванович	заместитель заведующего кафедрой, профессор	д. ф.-м. н.	vmmus@cs.msu.ru
Хапаев Михаил Михайлович	доцент	к. ф.-м. н.	vmhap@cs.msu.ru

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Примеры вопросов для промежуточной аттестации – допуска к кандидатскому экзамену:

1. Метрические пространства. Непрерывные отображения. Компактные множества.
2. Принцип сжатых отображений, методы последовательных приближений и их приложения. Линейные, нормированные, банаховы и гильбертовы пространства.
3. Сильная и слабая сходимости. Задача о наилучшем приближении. Наилучшее равномерное приближение. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.
4. Непрерывные линейные операторы. Норма и спектральный радиус оператора.
5. Сходимость операторов; ряд Неймана и условия его сходимости. Теоремы о существовании обратного оператора. Мера обусловленности линейного оператора и ее применение при замене точного уравнения (решения) приближенным.
6. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Теорема Банаха-Штейнгауза и ее приложения. Теорема Рисса о представлении линейного ограниченного функционала (для гильбертова пространства).
7. Спектр оператора. Сопряженные, симметричные, самосопряженные, положительно определенные, вполне непрерывные операторы и их спектральные свойства.
8. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов, решения уравнений и нахождения собственных значений (методы Рунге, Бунднова-Галеркина, наименьших квадратов).
9. Дифференцирование нелинейных операторов, производные Фреше и Гато. Метод Ньютона, его сходимость и применение.
10. Обобщенная производная. Неравенства Пуанкаре-Стеклова-Фридрихса. Понятие о теоремах вложения.
11. Математические модели физических задач, приводящие к уравнениям математической физики. Основные уравнения математической физики; постановки задач. Корректно и некорректно поставленные задачи.
12. Дивергентная форма записи эллиптического оператора. Понятие об обобщенном решении. Основные свойства гармонических функций (формулы Грина, теоремы о среднем, принцип максимума). Фундаментальное решение и функция Грина для уравнения Лапласа.
13. Задача Коши для уравнения теплопроводности и уравнения колебаний (в одномерном и многомерном случаях). Фундаментальные решения. Характеристики.
14. Понятие об обобщенных решениях. Обобщенные решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов; существование, единственность и непрерывная зависимость от данных задачи.
15. Теорема Стеклова о разложении в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля.
16. Прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений с полными матрицами и матрицами специального вида. Одношаговые итерационные методы.
17. Чебышевские одношаговые итерационные методы. Оптимальный набор чебышевских параметров и вычислительная устойчивость. Трехчленные (двушаговые) чебышевские итерационные методы. Методы спуска и метод сопряженных градиентов.
18. Общие свойства систем ортогональных многочленов. Многочлены Лежандра и Чебышева; их свойства и приложения. Интерполяционные многочлены. Выбор узлов интерполяции.
19. Быстрое дискретное преобразование Фурье. Интерполяция нелокальными и локальными сплайнами.
20. Интерполяционные квадратурные формулы. Задача оптимизации квадратуры. Квадратурные формулы типа Гаусса. Многомерные квадратурные формулы. Понятие о методе Монте-Карло. Интегрирование сильно осциллирующих функций.
21. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Методы прогонки и стрельбы.
22. Разностные схемы для решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами. Понятие о жестких системах обыкновенных дифференциальных уравнений и методах их решения.

23. Основные понятия (аппроксимация, устойчивость, сходимость). Методы построения разностных схем (метод сеток, интегро-интерполяционный метод, метод аппроксимации интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений.
24. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость.
25. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. Методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой динамики). Дивергентные и монотонные разностные схемы. Схемная и искусственная вязкость.
26. Прямые методы (прогонки, быстрого дискретного преобразования Фурье, циклической редукции). Метод последовательной верхней релаксации, неявные схемы с эквивалентными по спектру операторами, попеременно-треугольный метод.
27. Методы расщепления и переменных направлений. Понятие о методе Федоренко. Оценки скорости сходимости.
28. Применение методов регуляризации, минимизации сглаживающего функционала и итерационных методов для решения вырожденных, несовместных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений и интегральных уравнений первого рода.

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Аспиранту задают 2 вопроса из перечня вопросов для промежуточной аттестации.

Преподаватели оценивают уровень знаний аспиранта. В случае удовлетворительного ответа на все вопросы аспирант получает допуск к сдаче кандидатского экзамена по специальности.