Экзаменационая работа. Вариант

Задача 1. Найти полином Жегалкина для булевой функции

$$f(\tilde{x}^n) = \overline{x_1 \cdot \bar{x}_2 \vee x_3}.$$

Задача 2. Выяснить, является ли полной система булевых функций

$$A = \{x_1 \to x_2, x_1x_2 \vee x_1x_3 \vee x_2x_3\}.$$

Задача 3. Записать в I-й и II-й формах функцию из P_5

$$f(x) = x^3 \supset 3x.$$

Задача 4. Доказать тождество

$$max((x+2)\dot{-}1, J_{k-2}(x)) = \bar{x}.$$

Вопрос 5. Какая булева функция называется сохраняющей единицу? Верно ли, что все функции, сохраняющие единицу, образуют замкнутый класс?

Вопрос 6. Сформулировать теорему о числе функций в базисе P2. Привести пример базиса P2 из трех функций.

Вопрос 7. Какая система функций k-значной логики называется полной? Существуют ли полные системы в Pk из одной функции? Если “да”, привести пример.

Вопрос 8. Сформулировать теорему Кузнецова для P_k ($k \geq 3$). Верна ли эта теорема для P_2? Почему?

Вопрос 9. Из несамодвойственной булевой функции

$$f(\tilde{x}^3) = (00010101)$$

подстановкой вместо переменных функций x и $\bar{x}$ получить константу.

Вопрос 10. Пусть A – полная система функций k-значной логики. Какие из перечисленных утверждений всегда верны и почему.

1. Система A – замкнута, потому что ...
2. Система A – не замкнута, потому что ...
3. Система A может быть как замкнутой, так и незамкнутой, и вот два таких примера ...

Вопрос 11. Пусть $f(\tilde{x}^n)$ из P_k задается полиномом по $\bmod\ k$. Какие из перечисленных утверждений всегда верны и почему.

1. Число k – простое, потому что ...
2. Число k – составное, потому что ...
3. Число k может быть как простым, так и составным, и вот два таких примера ...

Вопрос 12. Пусть A – замкнутый класс функций из P_k $(k \geq 3)$. Существует ли базис замкнутого класса A из P_k?

1. Да, базис всегда существует, причем всегда конечный, потому что ...
2. Да, базис всегда существует, но иногда он может быть бесконечным, потому что ...
2. Нет, иногда базиса вообще не существует, потому что ...