

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА**

СОГЛАСОВАНО

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора ВЦ РАН  
академик

Председатель Совета УМО,  
Ректор МГУ имени М.В. Ломоносова,  
академик

Ю.И. ЖУРАВЛЕВ

В.А. САДОВНИЧИЙ

от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2010 г.

от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2010 г.

**Примерная**

**Основная образовательная программа  
высшего профессионального образования**

**Направление подготовки**

**010300 - ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ИНФОРМАТИКА И  
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

утверждено приказом Минобрнауки России от 17 сентября 2009 г. № 337.

ФГОС ВПО утвержден приказом Минобрнауки России от 8 декабря 2009 г. № 712

Квалификация (степень) выпускника

бакалавр

Нормативный срок освоения программы

4 года.

Форма обучения

очная

## 2. Список профилей направления

### 010300 Фундаментальная информатика и информационные технологии

1. Информатика и компьютерные науки
2. Автоматизация научных исследований
3. Открытые информационные системы
4. Сетевые технологии
5. Инженерия программного обеспечения
6. Супервычисления
7. Интеллектуальные системы
8. Инженерия знаний и электронное обучение

## 3. Требования к результатам освоения основной образовательной программы

**3.1. Результаты освоения ООП ВПО** определяются приобретаемыми выпускником компетенциями, т.е. его способностью применять знания, умения и личные качества в соответствии с задачами профессиональной деятельности.

Выпускник должен обладать:

**общекультурными компетенциями (ОК)**, такими как:

Коды	Содержание общекультурных компетенций (ОК)
(ОК-1)	– способность выстраивать и реализовывать траектории интеллектуального, культурного, нравственного, физического и профессионального саморазвития и самосовершенствования
(ОК-2)	– уважительно и бережно относиться к историческому наследию и культурным традициям, толерантно воспринимать социальные и культурные различия
(ОК-3)	– понимать движущие силы и закономерности исторического процесса; роль насилия и ненасилия в истории, место человека в историческом процессе, политической организации общества
(ОК-4)	– понимать и анализировать мировоззренческие, социально и лично значимые философские проблемы
(ОК-5)	– уметь использовать нормативные правовые документы в своей деятельности
(ОК-6)	– проявлять настойчивость в достижении цели с учетом моральных и правовых норм и обязанностей
(ОК-7)	– владеть культурой мышления, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь
(ОК-8)	– способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности
(ОК-9)	– знать основы защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий и применения современных средств поражения, основные меры по ликвидации их последствий, способность к общей оценке условий безопасности жизнедеятельности

(ОК-10)	– способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования
(ОК-11)	– способность понимать сущность и значение информации в развитии современного информационного общества, сознавать опасности и угрозы, возникающие в этом процессе, соблюдать основные требования информационной безопасности, в том числе защиты государственной тайны
(ОК-12)	– владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией
(ОК-13)	– способность работать с информацией в глобальных компьютерных сетях
(ОК-14)	– владеть одним из иностранных языков на уровне не ниже разговорного
(ОК-15)	– владеть основными методами защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий
(ОК-16)	– владеть средствами самостоятельного, методически правильного использования методов физического воспитания и укрепления здоровья, быть готовым к достижению должного уровня физической подготовленности для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности

**профессиональными компетенциями (ПК), включая:**

<b>Коды</b>	<b><i>1) В области научно-исследовательской деятельности:</i></b>
(ПК-1)	– способность применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, методологии системной инженерии, системы автоматизации проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий (в соответствии с профилями)
(ПК-2)	– способность профессионально решать задачи производственной и технологической деятельности с учетом современных достижений науки и техники, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования; разработку математических, информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых исследований; создание информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных; разработку тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям; разработку эргономичных человеко-машинных интерфейсов (в соответствии с профилями)
(ПК-3)	– способность разрабатывать и реализовывать процессы жизненного цикла информационных систем, программного обеспечения, сервисов систем информационных технологий, а также методы и механизмы оценки и анализа функционирования средств и систем информационных технологий; способность разработки проектной и программной документации, удовлетворяющей нормативным требованиям
(ПК-4)	– способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандар-

	ты в области информационных технологий, способность использовать современные инструментальные и вычислительные средства (в соответствии с профилем подготовки)
(ПК-5)	– способность в составе научно-исследовательского и производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности (в соответствии с профилем подготовки)
(ПК-6)	– способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет, способность взаимодействовать и сотрудничать с профессиональными сетевыми сообществами и международными консорциумами, отслеживать динамику развития выбранных направлений области информационных технологий
(ПК-7)	– способность применять на практике международные и профессиональные стандарты информационных технологий, современные парадигмы и методологии, инструментальные и вычислительные средства (в соответствии с профилем подготовки)
(ПК-8)	– способность профессионально владеть базовыми математическими знаниями и информационными технологиями, эффективно применять их для решения научно-технических задач и прикладных задач, связанных с развитием и использованием информационных технологий
(ПК-9)	– способность осуществлять на практике современные методологии управления жизненным циклом и качеством систем, программных средств и сервисов информационных технологий
(ПК-10)	– знание кодекса профессиональной этики и следование ему в жизни
(ПК-11)	– способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций
(ПК-12)	– способность реализовывать процессы управления качеством производственной деятельности, связанной с созданием и использованием систем информационных технологий, осуществлять мониторинг и оценку качества процессов производственной деятельности
(ПК-13)	– способность составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы
(ПК-14)	– способность осуществлять мониторинг за соответствием производственных процессов требованиям систем контроля окружающей среды и безопасности труда
(ПК-15)	– понимание концепций и абстракций, способность использовать на практике базовые математические дисциплины, включая: <i>Математический анализ I, Математический анализ II, Кратные интегралы и ряды, Алгебра и геометрия, Дискретная математика, Теория функций комплексной переменной, Функциональный анализ, Математическая логика и теория алгоритмов, Теория автоматов и формальных языков, Дифференциальные и разностные уравнения, Теория вероятностей и математическая статистика, Вычислительные методы, Методы оптимизации и исследование операций и др.</i>
(ПК-16)	– понимание концепций и основных законов естествознания, в частности, физики

(ПК-17)	– детальное знание методов и базовых алгоритмов обработки информационных структур, методов анализа сложности алгоритмов
(ПК-18)	– детальное знание парадигм и методологий программирования, особенностей языков программирования общего и специального назначения, наиболее широко используемых средств программирования
(ПК-19)	– понимание концепций, синтаксической и семантической организации, методов использования современных языков программирования
(ПК-20)	– понимание концепций, базовых алгоритмов, принципов разработки и функционирования современных операционных систем;
(ПК-21)	– знание международных стандартов в области разработки программного обеспечения, понимание процессного подхода, методов управления жизненным циклом и качеством программного обеспечения;
(ПК-22)	– уверенное знание теоретических и методических основ, понимание функциональных возможностей, областей применения компонентно-базированного программирования;
(ПК-23)	– владение методами и навыками использования и конфигурирования сетевых технологий;
(ПК-24)	– владение методами и навыками использования и конфигурирования операционных систем и платформенных окружений;
(ПК-25)	– уверенное знание теоретических и методических основ, понимание функциональных возможностей, следующих предметных областей: <i>Разработка информационных систем, Моделирование и анализ программного обеспечения, Технологии мультимедиа, Архитектура и организация компьютеров, Конфигурирование и использование операционных систем, Разработка и принципы сетевых технологий, Человеко-машинное взаимодействие, Приложения и использование баз данных, Социальные и этические вопросы ИТ, Анализ технических требований, Графика и визуализация, Интеллектуальные системы, Теория баз данных;</i>
(ПК-26)	– понимание теоретических основ и общих принципов использования следующих профессиональных областей: <i>Анализ бизнес-требований, Электронная коммерция, Экономика программной инженерии, Сопровождение программного обеспечения, Процессы жизненного цикла программного обеспечения, Качество программного обеспечения, Технология вычислительных систем, Системное администрирование, Системная интеграция, Основы программной инженерии, Верификация и испытания программного обеспечения, Встроенные системы, Распределенные системы, Управление безопасностью ИТ, Управление информационными коммуникациями.</i>
(ПК-27)	– способность квалифицированно применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и языки баз данных, методологии системной инженерии, системы автоматизации проектирования, электронные библиотеки и коллекции, сетевые технологии, библиотеки и пакеты программ, современные профессиональные стандарты информационных технологий;
(ПК-28)	– способность решать задачи производственной и технологической деятельности на высоком профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования; разработку математических, информационных и имитацион-

	ных моделей по тематике выполняемых опытно-конструкторских работ и проектов; создание информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных; разработку тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям; разработку эргономичных человеко-машинных интерфейсов в соответствии с профилями подготовки;
(ПК-29)	– способность разрабатывать, оценивать и реализовывать процессы жизненного цикла информационных систем, программного обеспечения, сервисов систем информационных технологий, а также реализовывать методы и механизмы оценки и анализа функционирования средств и систем информационных технологий; способность разработки проектной и программной документации, удовлетворяющей нормативным требованиям.

### **3.2 Компетенции, сформированные разработчиком с учетом профиля подготовки для профилей:**

1. Информатика и компьютерные науки
2. Автоматизация научных исследований
3. Открытые информационные системы
4. Сетевые технологии
5. Инженерия программного обеспечения
6. Супервычисления
7. Интеллектуальные системы
8. Инженерия знаний и электронное обучение
9. Фундаментальная информатика и информационные технологии

#### 4. ПРИМЕРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ПЛАН

Направление подготовки: **«010300 Фундаментальная информатика и информационные технологии»**

Квалификация выпускника: **Бакалавр**

Нормативный срок обучения: **4 года**

№№ пп	Наименование циклов дисциплин и практик	Трудоем- кость		Распределение по семестрам								Форма промежу- точной аттестации	Примечания
		Академ. часы	Зачетные еди- ницы	1-й семестр	2-й семестр	3-й семестр	4-й семестр	5-й семестр	6-й семестр	7-й семестр	8-й семестр		
<b>Б.1</b>	<b>Гуманитарный, социаль- ный и экономический цикл</b>	<b>1188</b>	<b>33</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>5</b>			
	<b>Базовая часть</b>	<b>648</b>	<b>18</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
1	Иностранный язык	324	9	3	3	3	3						ОК-1
2	История	108	3	3									ОК-2
3	Философия	108	3			3							ОК-3
	<b>Вариативная часть, в том числе по выбору студента:</b>	<b>540</b>	<b>15</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>0</b>		ОК-3
1	Экономика	108	3		3								ОК-4
2	Социология	72	2							2			ОК-4
	<i>Дисциплины по выбору студен- та (определяются ВУЗом),</i>	360	10					5	2	3			ОК-5
	<i>Например:</i> Макроэкономика и финансы Автоматизация бухгалтер- ской деятельности Менеджмент наукоемких тех- нологий Основы менеджмента Правовые основы бизнеса Психология делового обще- ния												ОК-6 ОК-7 ОК- 13
<b>Б.2</b>	<b>Математические и естественнонаучный цикл</b>	<b>2592</b>	<b>72</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>		
	<b>Базовая часть</b>	<b>1872</b>	<b>52</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		ПК-4
1	Математический анализ I	216	6	6								экз.	ПК-8
2	Математический анализ II	216	6		6								ПК-8
3	Алгебра и геометрия	432	12	6	6								ПК- 15
4	Кратные интегралы и ряды	144	4			4							ПК- 15
5	Математическая логика и теория алгоритмов	144	4			4							ПК- 16
6	Теория автоматов и фор- мальных языков	108	3					3					ПК- 16
7	Дифференциальные и разно- стные уравнения	144	4			4							ПК- 16
8	Теория вероятностей и мате-												
		144	4					4					

№№ пп	Наименование циклов дисциплин и практик	Трудоём- кость		Распределение по семестрам								Форма промежуточ- ной аттестации	Примечания	
		Академ. часы	Зачётные еди- ницы	1-й семестр	2-й семестр	3-й семестр	4-й семестр	5-й семестр	6-й семестр	7-й семестр	8-й семестр			
	математическая статистика													
9	Вычислительные методы	108	3					3						
10	Методы оптимизации и ис- следование операций	108	3						3					
11	Основы естествознания (Физика)	108	3				3							
	<i>Вариативная часть: определя- ются ВУЗом в соответствии с профилем бакалавриата.</i>	<b>720</b>	<b>20</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>3</b>			
12	Теория конечных графов и ее приложения							3						
13	Неклассические логики	108	3					2						
14	Моделирование информаци- онных процессов	72	2				3							
15	Параллельные вычисления	108	3							3				
16	Прикладные задачи теории вероятностей	108	3					3						
17	Уравнения математической физики	108	3								3			
18	Компьютерная геометрия	108	3				3							
<b>Б.3</b>	<b>Профессиональный цикл</b>	<b>3 852</b>	<b>107</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>11</b>	<b>19</b>	<b>19</b>	<b>10</b>			
	<b>Базовая часть</b>	<b>2 016</b>	<b>56</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>6</b>	<b>0</b>	<b>11</b>	<b>3</b>	<b>2</b>			
1	Дискретная математика	288	8	4	4									ОК-9
2	Основы программирования	108	3	3										ОК-12
3	Алгоритмы и анализ сложно- сти	108	3			3								ОК-14
4	Языки программирования	108	3			3								ПК-9
5	Архитектура вычислитель- ных систем	108	3		3									ПК-10
6	Операционные системы	108	3			3								ПК-12
7	Технологии баз данных	108	3				3							ПК-13
8	Компьютерные сети	108	3						3					ПК-14
9	Программная инженерия	108	3						3					ПК-1
10	Интеллектуальные системы	108	3							3				ПК-2
11	Компьютерная графика	180	5								5			ПК-3
12	Базовые практикумы	432	12	3	3	3	3							ПК-17
12	Социальные и этические во- просы ИТ	72	2									2		ПК-18

№№ пп	Наименование циклов дисциплин и практик	Трудоём- кость		Распределение по семестрам								Форма промежуточ- ной аттестации	Примечания	
		Академ. часы	Зачётные еди- ницы	1-й семестр	2-й семестр	3-й семестр	4-й семестр	5-й семестр	6-й семестр	7-й семестр	8-й семестр			
13	Безопасность жизнедеятельности	72	2	2										
	<b>Вариативная (профильная) часть</b>	<b>1836</b>	<b>51</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>8</b>	<b>11</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>8</b>			
1	Информационная безопасность и защита информации	108	3					3						
2	Введение в CASE-технологии	108	3						3					
3	Введение в UML-технологии	108	3							3				
4	Введение в анализ информационных технологий	108	3								3			
5	Основы WEB-программирования	108	3					3						
6	Теория управления в информационных системах	108	3							3				
7	Управление проектами	108	3				3							
8	Параллельная обработка данных	144	4							4				
9	Архитектура распределенных приложений	108	3							3				
10	Технология компонентного программирования	108	3								3			
11	Физические основы построения ЭВМ	108	3				3							
13	Профильные практикумы	216	6					3	3					
	<i>Дисциплины по выбору студента:</i>	<b>396</b>	<b>11</b>				2	2	2	3	2			
<b>Б.4</b>	<b>Физкультура</b>	<b>72</b>	<b>2</b>		<b>2</b>									ОК-16
<b>Б.5</b>	<b>Практики</b>	<b>1080</b>	<b>12</b>						<b>6</b>	<b>3</b>	<b>3</b>			ОК-11 ОК-12 ОК-14 ОК-15 ПК-6 ПК-7
3	Производственная или научно-исследовательская практика	432	12							6	3	3		
	<b>Итоговая государственная аттестация</b>	<b>504</b>	<b>14</b>									<b>14</b>		ПК-2 ПК-8 ОК-8 ОК-14 ПК-1
1	Выполнение выпускной квалификационной работы	288	8									8	оценка	ПК-2 ПК-3
2	Государственный экзамен	216	6									6	оценка	
	<b>Общая трудоёмкость основной образовательной программы</b>	<b>8640 (+328)</b>	<b>240</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>30</b>		

## Аннотации учебных дисциплин базовых частей, входящих в ООП

Примерные программы дисциплин содержат необходимую информацию, касающуюся требований к уровню освоения содержания дисциплины, видов учебной работы, содержания дисциплины, учебно-методического, материально-технического и информационного обеспечения дисциплины, методических рекомендаций по организации изучения дисциплины. Примерная программа дисциплины представлена в *Приложении 3*.

Ниже в таблице 1 представлены аннотации курсов дисциплин по блокам базовой и вариативной части.

Код УЦ ООП	УЧЕБНЫЕ ЦИКЛЫ
<b>Б.1</b>	<b>Гуманитарный, социальный и экономический цикл</b>
	<i>Базовая часть:</i>
Б1.1	<b>История</b> В основу курса положены проблемно-хронологический принцип и современные подходы в оценках исторического прошлого нашей страны, научная методология с широким использованием различных источников общенаучных и специфических методов познания. В условиях ограниченного учебного времени невозможно подробно осветить всё разнообразие многовековой истории страны, поэтому, используя элементы формационного и цивилизационного методов, излагаются лишь основные узловые проблемы. При этом авторы не претендуют не только на исчерпывающее изложение всех тем, но и на единственно правильное их толкование. В издаваемых ныне курсах истории России есть немало спорных вопросов или недостаточно доказательных положений. Авторы отдают себе отчёт в том, что сейчас идёт активный процесс восстановления объективной оценки, трактовки истории нашего Отечества, отказ от былых догм, стереотипов исследования и накопления важнейших источников по истории страны. Отправной точкой курса является IX век российской истории, а завершающей – век XXI.
Б1.2	<b>Английский язык</b> Основной целью курса является повышение исходного уровня владения иностранным языком, достигнутого на предыдущей ступени образования, и овладение студентами необходимым и достаточным уровнем коммуникативной компетенции для решения социально-коммуникативных задач в различных областях бытовой, культурной, профессиональной и научной деятельности при общении с зарубежными партнерами, а также для дальнейшего самообразования.
Б1.3	<b>Философия</b> Формирование представления о специфике философии как способе познания и духовного освоения мира, основных разделах современного философского знания, философских проблемах и методах их исследования; овладение базовыми принципами и приемами философского познания; введение в круг философских проблем, связанных с областью будущей профессиональной деятельности, выработка навыков работы с оригинальными и адаптированными философскими текстами. Изучение дисциплины направлено на развитие навыков критического восприятия и оценки источников информации, умения логично формулировать, излагать и аргументированно отстаивать собственное видение проблем и способов их разрешения; овладение приемами ведения дискуссии, полемики, диалога.

Б.2	<b>Математический и естественно-научный цикл</b>
	<b>Базовая часть:</b>
Б2.1, Б2.2	<p><b>Математический анализ I, II</b></p> <p>Вещественные числа. Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции одной переменной. Дифференцирование функций одной переменной. Интегрирование функций одной переменной. Исследование функции и построение её графика.</p> <p>Определённый интеграл Римана. Приложения и приближённые вычисления интеграла Римана. Предел последовательности в <math>E_n</math> и предел функции нескольких переменных. Дифференцирование функций нескольких переменных. Неявные функции, зависимость и независимость функций. Локальный экстремум (условный и безусловный) функции нескольких переменных. Числовые ряды. Бесконечные произведения, двойные и повторные ряды.</p>
Б2.3	<p><b>Алгебра и геометрия</b></p> <p>Матрицы и определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Линейные пространства и векторная алгебра. Алгебраические линии (поверхности) первого и второго порядка. Евклидовы и унитарные пространства. Линейные операторы и квадратичные формы. Элементы общей алгебры. Элементы теории линейных нормированных пространств</p>
Б2.4	<p><b>Кратные интегралы и ряды</b></p> <p>Функциональные последовательности и ряды. Дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Двойные и тройные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Теория векторного поля. Интегралы, зависящие от параметра. Ряды Фурье.</p>
Б2.5	<p><b>Математическая логика и теория алгоритмов</b></p> <p>Исчисления высказываний и предикатов. Теории первого порядка. Формальная арифметика. Введение в теорию алгебраических систем. Вычислимые и рекурсивные функции. Машины Тьюринга. Тезис Черча. Меры сложности алгоритмов. Классы задач P и NP. NP – полные задачи. Клаузная логика, семантика дизъюнктов, секвенциальная нотация, семантические сети, хорновские дизъюнкты и их интерпретация, метод резолюций.</p>
Б2.6	<p><b>Теория автоматов и формальных языков</b></p> <p>Формальные грамматики и языки. Абстрактные автоматы: многоленточные машины Тьюринга, линейноограниченные автоматы, автоматы с магазинной памятью, конечные автоматы и определяемые ими языки. Теория перевода, понятие синтаксически управляемого перевода, методы лексического и синтаксического анализа. Введение в формальную семантику, атрибутивные грамматики, операционная и денотационная семантика языков. Модели естественных языков, синтаксические структуры естественного языка, основные этапы перевода с естественного языка. Введение в теорию сетей Петри, помеченные сети и классы языков сетей Петри, ординарные сети, автоматные сети и синхронизационные графы, применение сетей Петри для описания сетевых протоколов, бизнес-процессов и дискретных систем управления. Машины клеточных автоматов, определение правила работы клеточного автомата, вероятностные машины клеточных автоматов, классы задач, решаемые с помощью машин кле-</p>

	точных автоматов. Однородные вычислительные среды (ОВС), структурная и функциональная схема модели коллектива вычислителей, микроструктурная теория ОВС, микроструктурное моделирование в тканях, макроструктурная теория ОВС.
Б2.7	<p><b>Дифференциальные и разностные уравнения</b></p> <p>Обыкновенные дифференциальные уравнения (задача Коши, методы решений). Уравнения в частных производных первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков и системы уравнений. Уравнения математической физики: классификация, волновое уравнение, телеграфное уравнение, уравнение Лапласа, уравнение теплопроводности.</p>
Б2.8	<p><b>Теория вероятностей и математическая статистика</b></p> <p>Целью курса является знакомство студентов с основными понятиями, методами и результатами теории вероятностей и математической статистики. В частности, изучаются различные свойства распределений случайных величин, предельные теоремы, элементы теории случайных процессов, основные задачи математической статистики: точечное и интервальное оценивание, проверка гипотез, исследование зависимостей. Большое внимание уделяется вопросам построения математических моделей случайных экспериментов и выработке навыков применения изученных методов при решении практических задач.</p> <p>Аксиоматика теории вероятностей. Случайные величины, их распределения и числовые характеристики. Основные предельные теоремы теории вероятностей. Однородные цепи Маркова. Основные понятия теории случайных процессов. Пуассоновский процесс. Винеровский процесс. Основные понятия математической статистики. Элементы теории статистических решений. Непараметрические оценки плотности и функции распределения. Точечные и интервальные оценки неизвестных параметров. Основные понятия теории проверки статистических гипотез. Критерии согласия Колмогорова и хи-квадрат. Исследование регрессионных зависимостей. Введение в статистический анализ временных рядов.</p>
Б2.9	<p><b>Вычислительные методы</b></p> <p>Численные методы решения задач математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений. Разностные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем.</p>
Б2.10	<p><b>Методы оптимизации и исследование операций)</b></p> <p>Линейное программирование: жордановы исключения, принцип двойственности, симплекс-метод, отыскание опорного и оптимального решений, транспортная задача линейного программирования. Целочисленное линейное программирование. Алгоритм Гомори. Динамическое программирование: общая постановка задачи, интерпретация управления в фазовом пространстве, задачи распределения ресурсов. Элементы выпуклого и нелинейного программирования. Введение в численные методы математического программирования. Основы теории игр: платежная матрица, нижняя и верхняя цена игры, принцип минимакса, смешанные стратегии, метод итераций. Модели эффективности производства экономической системы: модель межотраслевых связей Леонтьева, продуктивные и прибыльные матрицы, обобщенная модель Леонтьева, модель Канторовича. Методы сетевого планирования: представление проектов с помощью сетей, алгоритмы нахождения критического пути, обобщенный метод ПЕРТ, оптимизация стоимости проекта</p>

Б2.11	<p><b>Физика</b></p> <p>Курс содержит три раздела: классическая механика (включая основы теории относительности), аналитическая механика и статистическая механика. В первом разделе излагаются кинематика материальной точки и твердого тела, кинематика сложного движения, динамика материальной точки и твердого тела, законы сохранения импульса, энергии и момента импульса. В качестве примеров рассматриваются движение частицы в центральном силовом поле и плоское движение твердого тела. Во втором разделе вводятся основные понятия аналитической механики, дан вывод уравнений Лагранжа и Гамильтона. В качестве примеров рассматриваются вопросы равновесия механических систем и физика колебаний. В третьей части дается распределение плотности вероятности для различных состояний системы в условиях термодинамического равновесия (распределение Гиббса), а также элементарная теория процессов в неравновесных системах (диффузия и теплопроводность). В качестве примеров рассматриваются распределение молекул по скоростям (распределение Максвелла), распределение частиц в потенциальном силовом поле (распределение Больцмана), формулируется теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы.</p> <p>Современные представления об электромагнитных явлениях основаны на концепции электромагнитного поля, описываемого системой уравнений Максвелла. В первой части курса вводятся основные понятия электромагнитной теории, дается представление о важнейших электромагнитных явлениях, их математических моделях и фундаментальных законах электромагнетизма. Эти законы формулируются таким образом, чтобы в дальнейшем было легко перейти к общей формулировке законов электромагнитного поля в виде уравнений Максвелла. Во второй части курса рассматриваются вопросы сведения типичных задач теории электромагнитного поля к стандартным математическим. Обсуждаются важнейшие результаты приложения электромагнитной теории к фундаментальным физическим экспериментам.</p>
Б.3	<p><b>Профессиональный цикл</b></p>
	<p><b>Базовая часть</b></p>
Б3.1	<p><b>Дискретная математика</b></p> <p>Высказывание, связки, истинность, тавтология и противоречие, эквивалентность пропозициональных форм, законы Де Моргана, полные системы связок). Понятие исчисления высказываний (понятие формальной аксиоматической теории; логический вывод, аксиомы и правила вывода.</p> <p>Функция, порождаемая пропозициональной формой; построение формы, порождающей заданную функцию). Цифровые логические схемы (типы вентилей, синтез схем по таблицам истинности, дизъюнктивные нормальные формы.</p> <p>Высказывания с кванторами, истинность, отрицание высказываний с кванторами). Понятие исчисления предикатов (понятие формальной аксиоматической теории; логический вывод, аксиомы и правила вывода.</p> <p>Структура формальных доказательств. Прямое доказательство. Доказательство с помощью контрпримеров. Доказательство от противного. Доказательство посредством контрапозиции.</p> <p>Использование принципа математической индукции (провести доказательство какого-нибудь утверждения с использованием индукции).</p> <p>Принадлежность, включение, операции над множествами, тождества, законы Де Моргана. Понятие булевой алгебры, примеры.</p> <p>Бинарные отношения. Отношение эквивалентности на множестве. Порождаемое</p>

	<p>им разбиение на смежные классы, их свойства. Отношение порядка.  Понятие конечного автомата, распознающего язык.  Размещения, перестановки, сочетания, сочетания с повторениями. Бином Ньютона.  Ориентированные/неориентированные, подграфы, степень вершины, теоремы о сумме степеней и о кол-ве нечетных вершин в графе. Пути, цепи и контуры (определения, эйлеровы и гамильтоновы контуры — теоремы и следствия существования в ориентированных и неориентированных графах). Связность графов. Представление графов с помощью матриц инцидентности. Теорема о степени матрицы инцидентности.  Деревья и их свойства, каркасы (остовные деревья). Графы с весами. Алгоритм построения каркаса минимального веса (алгоритм Kruskal'a). Бинарные деревья, полные бинарные деревья и их свойства. Организация хранения упорядоченных данных в виде бинарного дерева. Алгоритмы поиска, вставки и удаления узлов в деревьях. Сбалансированные деревья (определение, преимущества организации хранения упорядоченных данных в виде бинарного сбалансированного дерева). Алгоритм балансировки.</p>
Б3.2	<p><b>Основы программирования</b></p> <p>Основные конструкции программирования  Синтаксис и семантика высокоуровневых языков программирования; переменные, типы, выражения и присваивание; средства ввода-вывода; условные и циклические управляющие структуры; функции и способы передачи параметров; структурные конструкции.  Алгоритмы и процесс решения задачи  Стратегии решения задачи; роль алгоритма в процессе решения задачи; стратегии реализации алгоритма; стратегии отладки; определения и свойства алгоритма.  Объектно-ориентированное программирование  Объектно-ориентированная разработка; инкапсуляция и информационное упрямывание; отделение описания поведения от реализации; классы, подклассы и наследование; полиморфизм; иерархия классов; собрания классов и протоколы взаимодействия; программирование на основе шаблонов.  Основные структуры данных  Простые типы; массивы; записи; строки и обработка строк; представление данных в памяти; методы распределения памяти (статическое, автоматическое, динамическое); управление памятью периода выполнения; связанные списки; методы реализации стеков, очередей, хеш-таблиц, графов и деревьев.  Рекурсия  Понятие рекурсии; математические рекурсивные функции; примеры рекурсивных процедур; рекурсия и метод «разделяй и властвуй»; реализация бэктрекинга (backtracking) посредством рекурсии; реализация рекурсии с помощью стека.  Событийно-управляемое и параллельное программирование  Методы обработки и распространение событий; управление параллелизмом с помощью механизма обработки событий; обработка исключений.  Прикладные программные интерфейсы (API) и их применение  API-программирование; браузеры; программирование по примерам (example); отладка в API-окружении; методы обработки данных, основанные на компонентных технологиях; понятие промежуточного ПО (Middleware).</p>
Б3.3	<p><b>Алгоритмы и анализ сложности</b></p> <p>Основы анализа алгоритмов. Асимптотический анализ верхней и средней оценок</p>

	<p>сложности алгоритмов; сравнение наилучших, средних и наихудших оценок; O-, o-, ω- и θ-нотации; стандартные классы сложности; эмпирические измерения эффективности алгоритмов; накладные расходы алгоритмов по времени и памяти; рекуррентные соотношения и анализ рекурсивных алгоритмов.</p> <p>Стратегии алгоритмов. Полный перебор; метод «разделяй и властвуй»; «жадные» алгоритмы; бэктрекинг (перебор с возвратами); метод ветвей и границ; эвристический поиск; поиск по образцу, алгоритмы обработки строк; алгоритмы аппроксимации числовых функций.</p> <p>Основные алгоритмы обработки информации. Основные алгоритмы над числами; алгоритмы последовательного и бинарного поиска; алгоритмы сортировки сложности <math>O(N*N)</math> и <math>O(N*\log N)</math>; хеш-функции и методы исключения коллизий; деревья бинарного поиска; представление графов (списки и матрицы смежности); поиск в глубину и поиск в ширину; алгоритмы поиска кратчайших путей (алгоритмы Дейкстры и Флойда); транзитивное замыкание (алгоритм Флойда); алгоритмы построения минимального покрывающего дерева (алгоритмы Прима и Крускала); топологическая сортировка.</p> <p>Распределенные алгоритмы. Модель параллельного выполнения программы с общей памятью и модель передачи сообщений: организация параллельных вычислений на принципе консенсуса и на основе выбора; методы определения завершения параллельных вычислений.</p> <p>Основы теории вычислимости. Конечные автоматы; контекстно-свободные грамматики; разрешимые и неразрешимые проблемы; невычислимые функции; проблема останова; применение невычислимости.</p>
БЗ.4	<p><b>Языки программирования</b></p> <p>Обзор ЯП. История ЯП; обзор основных парадигм программирования (процедурная, объектно-ориентированная, функциональная парадигмы); роль трансляции в процессе программирования.</p> <p>Принципы разработки ЯП. Цели и принципы разработки; способы типизации в ЯП; модели структур данных.</p> <p>Виртуальные машины. Понятие виртуальной машины; иерархия виртуальных машин; промежуточные языки; проблемы безопасности выполнения программного кода на другой машине.</p> <p>Введение в трансляцию. Сравнение процессов компиляции и интерпретации; фазы трансляции ЯП (лексический анализ, синтаксический разбор, генерация кода, оптимизация); машинно-независимые и машинно-зависимые аспекты трансляции; использование процессов трансляции в программной инженерии.</p>
БЗ.5	<p><b>Архитектура вычислительных систем</b></p> <p>Цифровая логика и цифровые системы. Основные строительные блоки (логические элементы, триггеры, счетчики, регистры, полусумматоры); логические выражения, дизъюнктивно-нормальные формы и их минимизация; межрегистровая передача; физические принципы работы логических элементов (временные задержки на функцию, нагрузочная способность по входу и выходу).</p> <p>Представление данных на машинном уровне. Биты, байты и слова; позиционные системы счисления; представление чисел; числа с фиксированной и плавающей точкой; представление в прямом и дополнительном кодах; представление нечисловых данных (коды символов, графические данные); представление записей и массивов.</p> <p>Машинная организация на ассемблерном уровне. Принципы организации машины фон Неймана; устройство управления, выборка команд, декодирование, исполнение; системы команд и типы команд (обработки данных, управления, вво-</p>

	<p>да-вывода); программирование на ассемблерном/машинном языках; формат машинных команд; виды адресации; вызов и возврат из подпрограммы; организация ввода-вывода и прерывания.</p> <p>Архитектура и организация систем памяти. Системы памяти и их технологические основы; кодирование, сжатие и целостность данных; иерархия памяти; организация и работа главной памяти; время отклика (Latency), цикл памяти, ширина пропуска, расслоение памяти; кэш-память и ее применение (адресное отображение, размеры блоков, механизм замещения и хранения блоков); отказоустойчивость и надежность.</p> <p>Интерфейсы и связь. Основы ввода-вывода (протокол установления соединения с квитированием (рукопожатием), буферизация, программируемый ввод-вывод, событийно-управляемый ввод-вывод); механизмы прерываний (векторы прерываний, приоритеты, распознавание прерываний); внешняя память, физическая организация, система управления; шины (протоколы обмена, арбитраж, прямой доступ к памяти DMA); введение в компьютерные сети; поддержка мультимедиа; RAID-архитектуры.</p> <p>Функциональная организация. Архитектура SISD; устройство управление (аппаратная и микропрограммная реализация); конвейер команд; параллелизм на командном уровне.</p> <p>Параллельные и нетрадиционные архитектуры. Введение в архитектуры SIMD, MIMD, VLIW, EPIC; систолические структуры: сетевые топологии; системы с разделяемой памятью; связывание кэшей; модели памяти и их совместимость.</p>
Б3.6	<p><b>Операционные системы</b></p> <p>Обзор ОС. Назначение и история развития ОС; функции типичной ОС; механизмы поддержки модели клиент-сервер; ОС для карманных компьютерных устройств; задачи разработки ОС (эффективность, робастность, гибкость, переносимость, безопасность, совместимость); требования к ОС для поддержки безопасности, сетевой обработки, мультимедиа, оконных интерфейсов.</p> <p>Принципы создания ОС. Методы структурирования ОС (монолитная реализация, поуровневая декомпозиция, модульный подход, микроядерная ОС); процессы и ресурсы; понятие прикладного программного интерфейса (API); требования приложений и эволюция программно-аппаратных средств; вопросы организации ОС; прерывания (методы и реализация); понятие пользовательского и системного состояния, механизмы защиты, переход в режим системы (ядра).</p> <p>Параллелизм. Состояния и диаграммы состояния; структуры ОС (списки готовности, блоки управления процессами); диспетчеризация и переключение между контекстами; роль прерываний; параллельное исполнение; проблема взаимного исключения и ее решения; взаимная блокировка (дедлоки): причины возникновения и условия, методы предотвращения; основные модели и механизмы (семафоры, мониторы, переменные условий, рандеву); задача взаимодействия поставщика и потребителя и синхронизация процессов; мультипроцессирование (циклический опрос (spin-locks), повторная входимость).</p> <p>Планирование и диспетчеризация. Статическое и динамическое планирование; планировщики и методы планирования; процессы и нити; тупики, режим реального времени.</p> <p>Управление памятью. Обзор видов физической памяти и аппаратных средств управления памятью; перекрытие памяти, подкачка, фрагментация и загрузка разделами; страничная и сегментная организация памяти; методы размещения и замещения блоков памяти (страниц/сегментов); рабочее множество; «пробуксов-</p>

	ка памяти» (thrashing); кэширование (caching).
Б3.7	<p><b>Технологии баз данных</b></p> <p>Информационные системы (ИС). Назначение и история ИС; информационно-поисковые системы (IS&amp;R); области применения ИС; накопление и представление информации; анализ и индексация; поиск, выборка, связывание, навигация; конфиденциальность, целостность, безопасность и защищенность, сохранность; масштабируемость, производительность, эффективность.</p> <p>Системы управления базами данных (СУБД). История развития СУБД; основные компоненты СУБД; функции СУБД; архитектура СУБД и независимость представления данных; языки запросов к БД.</p> <p>Модели данных. Моделирование данных; концептуальные модели (сущность-связь, унифицированный язык моделирования (UML)); объектно-ориентированная модель; реляционная модель.</p>
Б3.8	<p><b>Компьютерные сети</b></p> <p>Введение в сетевую обработку данных</p> <p>История КС и сети Интернет; сетевые архитектуры; области сетевой обработки данных (компьютерные сети и протоколы, распределенные системы мультимедиа, распределенная обработка данных, мобильная и беспроводная обработка данных).</p> <p>Связь и КС</p> <p>Сетевые стандарты и организации стандартизации; 7-уровневая эталонная модель ISO и ее сравнение с моделью TCP/IP; коммутация каналов и коммутация пакетов; потоки и дейтаграммы; физический уровень (теоретические основы, среда передачи, стандарты); уровень звена данных (кадрирование, управление ошибками, управление потоком, протоколы); межсетевое взаимодействие и маршрутизация (алгоритмы маршрутизации, комплексирование сетей, управление перегрузкой); сервисы транспортного уровня (установление соединения, оптимизация производительности).</p> <p>Сетевая безопасность</p> <p>Основы криптографии; алгоритмы симметричного шифрования; алгоритмы шифрования с открытым ключом; протоколы аутентификации; электронная цифровая подпись; примеры использования средств сетевой безопасности.</p> <p>Web как пример обработки с архитектурой клиент-сервер</p> <p>Web-технологии (серверные программы, CGI-интерфейс, скрипты со стороны клиентской части, понятие апплета); характеристики Web-серверов (управление файлами и доступом, функциональность общей серверно-ориентированной архитектуры); функции клиентских систем; взаимосвязь клиент-сервер; протоколы Web; средства поддержки создания сайтов и управления Web-системами; разработка информационных серверов в сети Интернет; публикация информации и Web-приложения</p>
Б3.9	<p><b>Программная инженерия</b></p> <p>Процессы программного обеспечения (ПО)</p> <p>Модели и процессы жизненного цикла ПО; модели оценки зрелости процессов ПО; метрики процессов ПО.</p> <p>Требования к ПО и спецификация требований</p> <p>Извлечение требований; методы моделирования для анализа требований; функциональные и нефункциональные требования; прототипирование; основные понятия методов формальной спецификации.</p>

	<p>Разработка ПО</p> <p>Основные понятия и принципы разработки ПО; архитектура ПО; структурная разработка; объектно-ориентированный анализ и разработка; компонентно-базирующаяся разработка; разработка ПО для повторного использования.</p> <p>Аттестация (validation) ПО</p> <p>Планирование аттестационного тестирования; основы тестирования (проектирование и генерации тестов, процесс тестирования); тестирование по методу «черного ящика» и методу «белого ящика»; тестирование модулей, интеграция модулей и проверка правильности интеграции, тестирование системы; объектно-ориентированное тестирование; инспектирование.</p> <p>Развитие ПО</p> <p>Сопровождение ПО; свойства сопровождаемого ПО; реинжиниринг ПО; наследуемые (legacy) системы; повторное использование и переносимость ПО.</p> <p>Управление проектом ПО</p> <p>Управление командой проекта (процессы проекта, организация команды и принятие решений, распределение ролей и ответственности, отслеживание состояния процесса, решение проблем в команде); планирование работ; методы оценки стоимости проекта и измерения характеристик качества ПО; анализ рисков; управление конфигурациями; управление качеством; средства поддержки управления проектом.</p> <p>Среды и средства поддержки</p> <p>Среда программирования; средства моделирования для разработки и анализа требований ПО; средства тестирования; средства управления конфигурациями; механизмы для интеграции средств.</p>
Б3.10	<p><b>Интеллектуальные системы</b></p> <p>Основные аспекты ИС</p> <p>Искусственный интеллект, история развития; общие вопросы (тест Тьюринга, «китайская комната» Сирла), этические аспекты; основные определения; моделирование поведения и процессов мышления человека; моделирование окружающего мира, роль эвристики.</p> <p>Поиск решения задач</p> <p>Пространство поиска решений; методы полного перебора (поиск в ширину, поиск в глубину – с ограничением на глубину и с постепенным увеличением глубины); методы эвристического поиска (оценочные функции и их использование, метод равных цен (алгоритм Дейкстры), алгоритм A* и его допустимость); игры с двумя игроками (метод минимакса, альфа-бета-процедура); поиск с учетом ограничений (бэктрекинг, локальные методы).</p> <p>Представление знаний и моделирование рассуждений</p> <p>Обзор логики высказывания и логики предикатов; метод резолюции и доказательство теорем; немонотонный вывод; вероятностные рассуждения, теорема Байеса.</p>
Б3.11	<p><b>Компьютерная графика</b></p> <p>Основы человеко-машинного взаимодействия (HCI)</p> <p>Эргономичность HCI; человеко-машинного взаимодействия; окружение HCI (средства взаимодействия; гипермедиа и Web, средства связи); разработка и развитие систем, ориентированных на пользователя; модели пользователя (восприятия, мониторинга, мышления, взаимодействия, организации работы, адаптации к многообразию); принципы разработки удобных пользовательских HCI; критерии и проверка легкости использования.</p> <p>Основные методы компьютерной графики</p>

	<p>Иерархическая организация графического ПО; использование графических интерфейсов; цветовые модели и системы (RGB, HSB, CMYK); однородные координаты; аффинные преобразования (поворот, сдвиг, масштабирование); матрицы преобразований; отсечение.</p> <p>Графические системы</p> <p>Понятие растровой и векторной графики; видеодисплеи; физические и логические устройства ввода; принципы разработки графических систем.</p> <p>Интерактивная компьютерная графика</p> <p>Цветовосприятие, взаимосвязь цветов, цветовые палитры; структуризация изображений; модификация изображений для эффективного отображения на устройства вывода; использование текстовой информации в изображениях; обратная связь с пользователем при выполнении графических операций.</p>
БЗ.12	<p><b>Социальные и этические вопросы ИТ.</b></p> <p>История ИТ. Мир в докомпьютерную эру; история развития компьютеров, ПО, сетевой телеобработки; пионеры ИТ.</p> <p>Влияние ИТ на социальные процессы. Влияние ИТ и телекоммуникаций на социальные процессы; рост сети Интернет, организация управления сетью Интернет и доступа к ее ресурсам; международное сотрудничество и межгосударственные границы.</p> <p>Анализ этических проблем и норм. Оценка аспектов профессиональной деятельности с позиций этики; понимание социальных аспектов разработки ПО; учет возможных последствий и реальных ценностей.</p> <p>Профессиональная ответственность и профессиональная этика. Общественные ценности и законы этики; сущность профессионализма; ступени профессиональной подготовки и их оценка; роль профессионалов в социальных процессах; уверенность в будущем; этические кодексы и их осуществление на практике (IEEE, ACM, SE, AITP и пр.); недоверие и дискриминация; всеобъемлющая информатизация и повсеместное использование ИТ.</p> <p>Риски и ответственность компьютерных систем. Риски, связанные с применением компьютерных систем; примеры отказов и нарушения безопасности ПО; проблемы, связанные со сложностью ПО; управление рисками и оценка рисков.</p> <p>Интеллектуальная собственность. Основы интеллектуальной собственности; права собственности, патенты, коммерческая тайна; пиратство ПО; патентование ПО; интеллектуальная собственность и международное право.</p> <p>Частная жизнь и гражданские свободы. Этические и законодательные основы личной безопасности; конфиденциальность персональной информации в БД; технологические решения для обеспечения конфиденциальности; свобода самовыражения в киберпространстве; влияние на интернациональность культуры.</p>
БЗ.13	<p><b>Безопасность жизнедеятельности</b></p>

## 6. Список разработчиков ПООП, экспертов:

МГУ, факультет ВМК	Председатель УМС по прикладной математике и информатике	Е.И. МОИСЕЕВ
МГУ, факультет ВМК	Зам. декана	В.В. ТИХОМИРОВ
МГУ, факультет ВМК	Нач. отд. магистратуры	Л.Н. ПАРЧЕВСКАЯ
МГУ, факультет ВМК	профессор.	В.А. СУХОМЛИН

---

### Эксперты:

ВЦ РАН	Зам. директора по науке	Ю.И. ЖУРАВЛЕВ
Компании "Консультант Плюс"	Ген. Директор	Д.Б. НОВИКОВ
ИПМ РАН имени М.В. Келдыша	Директор	Б.Н. ЧЕТВЕРУШКИН

## Примерная программа дисциплины

### «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ. 1 КУРС»

#### 1. АННОТАЦИЯ КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ 1 КУРС»

*Целью курса* является изучение методов, задач и теорем математического анализа, их применение к решению задач прикладной математики и информатики.

Основу данного курса составляют дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной, а также дифференциальное исчисление функций нескольких переменных и теория вещественных числовых рядов.

В первую часть курса (1 семестр) входит построение теории вещественных чисел, определение и изучение основных свойств пределов числовых последовательностей, определение и развитие понятия предела функции одной переменной и связанного с ним понятия непрерывности функции, определение понятий производной и первообразной от функции одной переменной и обоснование формул и правил дифференциального и интегрального исчислений. На основе изученного материала рассматриваются понятия локального экстремума функции, перегиба её графика, асимптот графика и способы их отыскания. Рассматривается алгоритм отыскания наибольшего (наименьшего) значения функции на множестве, а также общая схема полного исследования функции и построения её графика.

Во вторую часть курса (2 семестр) входит построение теории определённого интеграла, приближённые методы его вычисления и геометрические приложения (определение и вычисление длины дуги кривой, площадей и объёмов различных геометрических фигур). Вводится понятие о несобственных интегралах I и II рода и изучаются их основные свойства, признаки сходимости и правила вычисления. Определяются основные понятия и строится теория дифференциального исчисления для функции нескольких переменных. Вводятся понятия о неявных функциях одной и нескольких переменных и изучаются условия их существования, единственности и дифференцируемости. Рассматриваются понятия условных и безусловных локальных экстремумов функций нескольких переменных и способы их отыскания. Изучается теория вещественных числовых рядов, и рассматриваются связанные с ними понятия бесконечных произведений и двойных числовых рядов.

#### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать и уметь** применять на практике основные методы математического анализа

**уметь** понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач математического анализа,

**владеть** навыками решения практических задач математического анализа

Обязательный курс для студентов 1 курса,

читается в 1 и 2 семестрах (Цикл ЕМНД),

Лекции – 102 часа, семинары – 102 часа,

Зачёт и экзамен в 1 семестре, зачёт и экзамен во 2 семестре,

За курс отвечает кафедра общей математики,

Авторы программы: академик Ильин В.А., доцент Фоменко Т.Н.,

Лектор 2008/09 учеб. года: доцент Фоменко Т.Н.

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

Перечень разделов курса (в том числе перечень тем семинарских занятий, при наличии описание практикума, коллоквиума).

#### 3.1 ЛЕКЦИИ, I СЕМЕСТР

##### 1. Вещественные числа

Введение. Предмет математического анализа. Естествознание как источник основных понятий математического анализа.

Теория вещественных чисел. Элементы теории множеств. Числовые множества, натуральные, целые, рациональные числа. Необходимость расширения множества рациональных чисел. Вещественное число как бесконечная десятичная дробь. Понятие о числовой оси. Сравнение вещественных чисел. Существование точных граней у ограниченных числовых множеств. Арифметика вещественных чисел. Понятие счётных и несчётных бесконечных множеств, их неэквивалентность. Несчётность множества вещественных чисел. Понятие о полноте числового множества относительно заданных правил и свойств. Полнота множества вещественных чисел.

##### 2. Предел числовой последовательности

Последовательности вещественных чисел, понятие предела. Понятие о числовой последовательности. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предел последовательности. Свойства сходящихся числовых последовательностей. Критерий Коши сходимости последовательности. Сходимость монотонных последовательностей. Число “ $\epsilon$ ” как предел монотонной последовательности.

Частичные пределы последовательности. Предельные точки (частичные пределы) последовательности и предельные точки числового множества. Теорема Больцано–Вейерштрасса о существовании частичного предела у ограниченной последовательности. Теорема о существовании верхнего и нижнего пределов у числовой последовательности.

##### 3. Предел и непрерывность функции одной переменной

Предел функции одной вещественной переменной. Отображения множеств, в том числе взаимно-однозначные. Понятие о функции как однозначном отображении числовых множеств. Способы задания функций. Предел (предельное значение) функции в точке – определения по Коши и по Гейне и их эквивалентность. Односторонние пределы. Расширенная числовая ось. Пределы функций в бесконечно удалённых точках и бесконечные пределы. Свойства функций, имеющих (конечные) пределы. Критерий Коши существования предела функции. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие функции. Асимптотическое сравнение функций. Символы  $o$ -малое,  $O$ -большое,  $O^*$ ( $O$ -большое со звёздочкой).

Непрерывность функции в точке и на множестве. Понятие о непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Суперпозиция функций (сложная функция). Непрерывность суперпозиции непрерывных функций. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность функции на множестве. Свойства функций, непрерывных на замкнутом отрезке. 2 теоремы Вейерштрасса. Понятие о равномерной непрерывности функции на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции на замкнутом отрезке. Монотонные функции. Понятие об обратной функции. Существование односторонних пределов у монотонных

функций. Условия существования и непрерывности обратной функции. Первый и второй замечательные пределы. Основные свойства простейших элементарных функций и их непрерывность.

#### 4. Дифференцирование функций одной переменной

Производные и дифференциалы первого и высших порядков. Производная функции в точке, её геометрический и физический смысл. Понятие дифференцируемости функции в точке и существование производной. Первый дифференциал функции. Связь дифференцируемости и непрерывности функции в точке. Производные и дифференциалы суммы, произведения, частного двух функций. Производная сложной функции и инвариантность формы записи первого дифференциала. Производная обратной функции и функции, заданной параметрически. Производные простейших элементарных функций.

Формула Лейбница. Примеры производных высших порядков простейших элементарных функций.

Применение производных для исследования свойств функций. Возрастание и убывание функции в точке. Локальный экстремум функции. Необходимое условие существования локального экстремума дифференцируемой функции. Критерий нестрогой и достаточное условие строгой монотонности дифференцируемой функции. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Следствия из теоремы Лагранжа. Правила Лопиталя раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора. Выражение остаточного члена в формуле Тейлора в общей форме Шлёмилъха-Роша, а также в формах Лагранжа, Коши и Пеано. Формула Маклорена. Примеры разложения по формуле Тейлора-Маклорена элементарных функций.

#### 5. Интегрирование функций одной переменной

Понятие первообразной функции. Связь операций дифференцирования и интегрирования. Основные методы вычисления неопределённого интеграла: метод подстановки (замена переменной), интегрирование по частям. Интегрирование рациональной функции путём разложения её в сумму простейших дробей. Интегрирование некоторых иррациональных выражений – подстановки Эйлера, тригонометрические и другие подстановки. Интегрирование тригонометрических функций – универсальная тригонометрическая подстановка, другие подстановки.

#### 6. Исследование функции и построение её графика

Достаточные условия существования локального экстремума функции. Краевые экстремумы. Общая схема отыскания наибольшего (наименьшего) значения функции на замкнутом отрезке. Направление выпуклости графика функции. Достаточные условия выпуклости вверх (вниз) графика функции. Понятие точки перегиба графика функции. Достаточные условия существования перегиба графика функции. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, их отыскание. Общая схема исследования функции и построения её графика.

### 3.2 ЛЕКЦИИ, II СЕМЕСТР

#### 7. Определённый интеграл Римана

Определённый (собственный) интеграл Римана. Разбиение отрезка. Размеченное разбиение. Интегральная сумма функции по данному размеченному разбиению. Определённый интеграл как предел интегральных сумм. Суммы Дарбу и их свойства. Интегралы Дарбу. Критерии интегрируемости функции на отрезке в терминах сумм Дарбу и в терминах интегралов Дарбу. Основные классы интегрируемых функций – непрерывные, монотонные, кусочно-непрерывные функции. Свойства определённых интегралов. Формула Ньютона-Лейбница. Существование первообразной у непрерывной функции. Первая и вторая теоремы о среднем значении определённого интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

Несобственный интеграл Римана. Понятие о несобственных интегралах первого и второго рода. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям несобственного интеграла. Понятие об абсолютной и условной сходимости несоб-

ственного интеграла первого рода. Признаки сходимости несобственных интегралов первого рода: признаки сравнения, признак Абеля-Дирихле. Связь несобственных интегралов первого и второго рода.

#### 8. Приложения и приближённые вычисления интеграла Римана

Геометрические приложения определённого интеграла. Способы задания кривых на плоскости и в пространстве. Простые и параметризуемые кривые. Длина дуги спрямляемой кривой. Квадрируемая плоская фигура и её площадь. Кубируемое пространственное тело и его объём. Вычисление площадей плоских фигур, объёмов тел вращения, площадей поверхностей вращения.

Приближённые методы вычисления определённых интегралов и отыскания корней уравнений. Методы отыскания корней уравнений: метод последовательных приближений, метод хорд, метод касательных (Ньютона). Приближённое вычисление определённых интегралов Римана: метод прямоугольников, метод трапеций, метод Симпсона. Оценки погрешностей.

#### 9. Предел последовательности в $E^n$ и предел функции нескольких переменных

Предел последовательности в  $n$ -мерном евклидовом пространстве. Евклидово пространство  $E^n$ , скалярное произведение в нём. Норма элемента и её свойства. Метрика в пространстве  $E^n$ . Сходящиеся последовательности в  $E^n$  и их свойства. Критерий Коши сходимости последовательности в  $E^n$ . Шар, сфера в  $E^n$ , окрестности точки, ограниченные и неограниченные, открытые и замкнутые множества. Кривая в  $E^n$ . Понятие области в  $E^n$ . Предельные точки множества в  $E^n$ . Частичные пределы (предельные точки) последовательностей. Теорема Больцано-Вейерштрасса для последовательностей в  $E^n$ .

Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Функция нескольких переменных, её область определения, область значений. Понятия предела (предельного значения) функции нескольких переменных по Коши и по Гейне и их эквивалентность. Критерий Коши существования предела функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Понятие сложной функции нескольких переменных, условия её непрерывности. Непрерывность функции нескольких переменных в замкнутой области. 2 теоремы Вейерштрасса. Понятие равномерной непрерывности функции на множестве. Теорема Кантора для функции нескольких переменных.

#### 10. Дифференцирование функций нескольких переменных

Частные производные. Понятие дифференцируемости функции и связь с существованием частных производных. Первый дифференциал функции нескольких переменных. Геометрический смысл дифференцируемости функции двух переменных. Дифференцируемость сложных функций и инвариантность формы записи первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент функции, его геометрический смысл. Касательная плоскость и нормаль к поверхности уровня функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства смешанных частных производных. Формула Тейлора. Выражение остаточного члена формулы Тейлора в форме Лагранжа, в интегральной форме, в форме Пеано.

#### 11. неявные функции, зависимость и независимость функций

Понятие неявной функции, определяемой функциональным уравнением. Локальная теорема о существовании и единственности непрерывной и дифференцируемой неявной функции. Вычисление частных производных второго порядка от неявной функции. Система неявных функций, определяемая системой функциональных уравнений. Локальная теорема о существовании и единственности системы дифференцируемых неявных функций, определяемых системой функциональных уравнений. Вычисление частных производных системы неявных функций. Зависимость и

независимость системы функций. Достаточные условия независимости системы функций. Функциональные матрицы (матрицы частных производных системы функций) и их применение для определения зависимости и независимости входящих в систему функций.

#### 12. Локальный экстремум (условный и безусловный) функции нескольких переменных

Понятие локального экстремума функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия существования локального экстремума. Случай функции двух переменных. Понятие условного экстремума функции нескольких переменных при наличии системы условий связи. Необходимые условия существования условного локального экстремума. Метод Лагранжа отыскания условного локального экстремума. Интерпретация необходимых условий существования условного локального экстремума по методу Лагранжа. Достаточные условия условного локального экстремума. Общая схема отыскания наибольшего (наименьшего) значения функции нескольких переменных в замкнутой области.

#### 13. Числовые ряды

Основные понятия, ряды с неотрицательными членами. Понятие числового ряда. Частичная сумма, остаток, сходимость. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда.

Признаки сравнения (общие и специальные) сходимости знако-положительных рядов. Признак сравнения отношений. Гармонический ряд. Обобщённый гармонический ряд (ряд Дирихле). Признаки сходимости Даламбера и Коши, их сравнение между собой. Интегральный признак Коши-Маклорена. Признак Раабе. Отсутствие универсального признака сходимости.

Произвольные числовые ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости числового ряда. Теорема Коши и теорема Римана о перестановке членов абсолютно и условно сходящихся числовых рядов. Первый и второй признаки сходимости Абеля. Признак Дирихле-Абеля. Признак Лейбница. Условная сходимость ряда Лейбница. Арифметические операции над сходящимися рядами.

#### 14. Бесконечные произведения, двойные и повторные ряды

Понятие бесконечного произведения. Сходимость и расходимость бесконечного произведения. Необходимый признак сходимости бесконечного произведения. Связь с рядами, критерий сходимости бесконечного произведения. Некоторые примеры бесконечных произведений.

Понятие о двойных и повторных рядах. Необходимый признак сходимости двойного ряда. Абсолютная и условная сходимость. Условия одновременной абсолютной сходимости двойного и связанных с ним повторных и обычных (одинарных) рядов. Некоторые примеры двойных и повторных рядов.

#### 15. Лабораторный практикум/практикум на ЭВМ.

(Приводится примерный перечень лабораторных работ с указанием разделов дисциплины. Если лабораторный практикум не предусматривается, то делается запись «не предусмотрен»).

Не предусмотрен.

#### 4. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ.

(Приводится примерный перечень тем практических занятий с указанием разделов дисциплины. Если практические занятия не предусматриваются, то делается запись «не предусмотрены»).

#### 4.1 ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ, I СЕМЕСТР<sup>1</sup>

##### 1. Вещественные числа

1 занятие. Вводное. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Доказательство равенств и неравенств.

№№ 2, 1, 6, 2, 3, 4, 5.

Дома: 7,10 (а,б,в){10.1(а,б,в)}, 6, 7, 8, 9.

2 занятие. Ограниченные и неограниченные, счётные и несчётные числовые множества. Точные верхние и нижние грани.

№№ 18(а), 19(а), 20(а), 21(а), 10, 11, 28, 29.

Дома: 16,18(б), 19(б), 20(б), 21(б), 30.

##### 2. Предел числовой последовательности

3 занятие. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Предел последовательности.

42(а,в), 43(а,б), 41, 44, 45, 47, 51, 91.

Дома: 42(б,г), 43(в), 46, 48, 56, 57.

4 занятие. Предел последовательности. Предел монотонной последовательности. Число  $e$ .

№№ 60, 61, 63, 65, 66, 69,70, 72.

Дома: 58, 59, 62, 64, 67, 68, 73, 74.

5 занятие. Предел монотонной последовательности. Критерий Коши существования предела последовательности.

№№ 75(а), 77, 80, 81, 82, 84, 85, 87, 88, 92.

Дома: 76, 79, 83, 86, 94, 90, 97, 98, 100.

6 занятие. Предельные точки последовательности и множества.

№№ 101(а,б){101,101.1}, 103, 106, 116, 121, 122, 128, 129.

Дома: 102, 104, 105, 108, 111, 114, 117, 123, 127, 130.

7 занятие. Верхние и нижние пределы последовательности.

№№ 131(а), 132(а), 133(а), 135, 136, 138, 140.

Дома: 131(б), 132(б), 133(б), 134, 137, 139, 141, 142, 143, 144.

8 занятие. Контрольная работа №1.

Вещественные числа. Пределы последовательности.

##### 3. Предел и непрерывность функции одной переменной

9 занятие. Функция одной переменной. Предел функции. Условия его существования.

№№ 381, 383, 386, 401, 409, 403, 404.

Дома: 382, 384, 388, 389, 397, 399, 405-407, 408.

10 занятие. Вычисление пределов функций.

№№ 411, 413, 424(а){424}, 435, 444, 452, 463, 471, 483, 493, 513, 519(а){519}.

---

<sup>1</sup> Номера задач ниже даны в основном по задачнику [4], подчеркнутые номера задач указаны по спискам дополнительных задач (по семестрам) из [7], дополнительно в теме «Ряды» - по задачнику [5].

Дома: 410, 424(б){424.1}, 436, 439, 455.1, 469, 472, 482, 495, 506, 507, 519(б){519.1}.

11 занятие. Продолжение вычисления пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Асимптотическое сравнение функций: о- и О-символика, эквивалентность.

№№ 529, 541, 561, 564, 646, 647, 648, 650(а,б), 651 (а,б), 655(в,г,д), 658(б,г,д). Дома: 535, 542, 552, 563, 565, 652, 653, 656, 659, 660, 661.

12 занятие. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва. Равномерная непрерывность.

№№ 666, 668, 680, 683, 686, 734, 735, 736, 741, 742, 743, 744, 748, 751.

Дома: 670, 674, 681, 682, 694, 698, 707, 720, 726, 740, 745, 746, 749, 757.

13 занятие. Контрольная работа №2.

Предел и непрерывность функции.

14 занятие. Коллоквиум: Вещественные числа. Предел последовательности. Предел и непрерывность функции.

4. Дифференцирование функций одной переменной

15 занятие. Производная и дифференциал. Основные правила вычисления. Производные функций, заданных параметрически, обратных и сложных функций.

№№ 991, 994, 997, 998, 1016, 1071, 1075, 762, 763, 764, 765, 781, 1077.

Дома: 992, 1009(1,2){1009,1009.1}, 1014, 1015, 1019, 1020, 1076, 1079, 1081, 1082.

16 занятие. Производные и дифференциалы высших порядков.

№№ 1130, 1136, 1143, 1161, 1173, 1197, 1211.

Дома: 1133, 1142, 1165, 1175, 1198, 1212.

17 занятие. Основные свойства дифференцируемых функций. Равномерная непрерывность.

№№ 787, 788, 792, 794, 1251(б), 1254, 1264(а), 1286, 1287.

Дома: 789, 793, 796, 800, 1236, 1250, 1251(а,в), 1255, 1263.

18 занятие. Раскрытие неопределённостей – правила Лопиталя.

№№ 1322, 1330, 1336, 1341, 1351, 1356, 1363(б){1363.2}, 1377.

Дома: 1343, 1348, 1354, 1359, 1363(г){1363.3}, 1368.

19 занятие. Формула Тейлора.

№№ 1381, 1385, 1393, 1396(д), 1394(б), 1402, 1406(б){1406.1}.

Дома: 1379, 1382, 1387, 1392, 1394(а,в), 1396(а), 1398, 1404, 1408.

20 занятие. Контрольная работа №3.

Свойства дифференцируемых функций одной переменной.

5. Интегрирование функций одной переменной

21 занятие. Первообразная и неопределённый интеграл. Основные правила интегрирования.

№№ 1646, 1652, 1683, 1720, 1745, 1767, 1794, 1796, 1836.

Дома: 1638, 1648, 1650, 1682, 1698, 1703, 1719, 1799, 1805.

22 занятие. Интегрирование рациональных функций (дробей).

№№ 1867, 1881, 1891, 1908, 1913.

Дома: 1870, 1877, 1886, 1882, 1892, 1903, 1909.

23 занятие. Интегрирование иррациональных и тригонометрических выражений.

№№ 1926, 1937, 1967, 1991, 1999, 2011, 2013, 2025, 2038.

Дома: 1927, 1966, 1992, 2000, 2012, 2017, 2028, 2034.

24 занятие. Контрольная работа №4. Неопределённый интеграл (возможна домашняя контрольная работа с увеличением количества задач).

#### 4.2 ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ, II СЕМЕСТР:

##### 6. Исследование функции и построение её графика

1 занятие. Возрастание и убывание функции. Направление выпуклости. Точки перегиба графика функции. Асимптоты.

№№ 1272, 1280, 1287, 1288, 1289 (а), 1297(а), 1303, 1308, 1312, 1314(а).

Дома: 1270, 1276, 1284, 1285, 1289(б,д), 1291, 1306, 1314(б,в).

2 занятие. Локальные экстремумы. Наибольшее и наименьшее значения функции на множестве.

№№ 1420, 1425, 1432, 1447, 1453, 1462, 1561.

Дома: 1417, 1423, 1426, 1428, 1437, 1452, 1456, 1557, 1565, 1575.

3 занятие. Построение графиков (декартовы, полярные, параметрические координаты).

№№ 1471, 1477, 1483, 1532, 1541, 1546, 1548.

Дома: 1490, 1500, 1513, 1531, 1535, 1542, 1547, 1550.

Выдача контрольного домашнего задания (КДЗ) №1.

##### 7. Определённый интеграл Римана

4 занятие. Определённый интеграл. Основные понятия. Вычисление определённых интегралов.

№№ 2185, 2195, 2197, 2201, 2206, 2211, 2219, 2239, 2245, 2257, 2281, 2309, 2313.

Дома: 2181, 2203, 2213, 2222, 2223, 2242, 2279, 2286, 2310.

5 занятие. Оценки интегралов, теоремы о среднем.

№№ 2316(а), 2317(а,в), 2318(а), 2321, 2323, 2324, 2326.1(а), 2328, 2331, 2333.

Дома: 2316 (б,в), 2317(б), 2318(г), 2326.1 (б), 2330, 2332.

Дополнительно: №№ 1, 2 (см. список дополнительных задач для 2-го семестра).

6 занятие. Несобственные интегралы.

№№ 2334, 2357(а), 2358, 2363, 2366, 2369, 2370 (а), 2376 (а), 2374.

Дома: 2347, 2357(в,г), 2359, 2364, 2370 (б), 2371, 2376 (б), 2368, 2372, 2375.

Дополнительно: №№ 3, 4, 5, 6, 7, 8.

7 занятие. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.

№№ 2378, 2381, 2380 (а), 2390, 2393.

Дома: 2379, 2380 (в), 2383, 2384.1, 2392, 2395.

Дополнительно: 9, 10, 11, 12, 13, 14.

8 занятие. Контрольная работа №1.

Коллоквиум (не обязателен, по просьбе студентов) – вне расписания занятий.

9 занятие. Применение определённого интеграла к вычислению площадей плоских фигур.

№№ 2397, 2403, 2413, 2418, 2424, 2426.

Дома: 2399, 2402, 2415, 2422 (б), 2425 (а,б,в).

10 занятие. Применение определённого интеграла к вычислению длин дуг кривых.

№№ 2432, 2435, 2443, 2446, 2452 (а).

Дома: 2436, 2438, 2442, 2448, 2450, 2452 (б).

11 занятие. Применение определённого интеграла к вычислению объёмов и площадей поверхностей.

№№ 2462, 2471, 2480, 2482.1 (а).

Дома: 2463, 2465, 2472, 2479, 2481.1 (б).

8. Функции нескольких переменных

12 занятие. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.

№№ 3182, 3183, 3185, 3188, 3195, 3202, 3206.

Дома: 3168, 3181, 3187, 3190, 3198, 3203 (1,2).

13 занятие. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных.

№№ 3212(1,2), 3213, 3217, 3237, 3251, 3252, 3254.

Дома: 3212(3), 3219, 3224, 3228, 3239, 3241, 3253, 3255.

Дополнительно: №№ 15, 16, 17.

14 занятие. Дифференцируемость сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков.

№№ 3230.1, 3257, 3262, 3269, 3273, 3284, 3297, 3295, 3305.

Дома: 3230.2, 3260, 3263, 3270, 3277, 3283, 3285, 3298, 3307.

Дополнительно: №№ 18, 19, 20, 21.

15 занятие. Контрольная работа №2

16 занятие. Формула Тейлора. Различные представления остаточного члена.

№№ 3581, 3585, 3587, 3593, 3596, 3600.

Дома: 3582, 3588, 3594, 3595, 3603.

Дополнительно: № 22(а,б,в,г).

17 занятие. Дифференцирование неявных функций.

№№ 3365, 3371, 3390, 3395, 3399, 3402 (а), 3403.

Дома: 3364, 3372, 3383, 3398, 3401, 3427, 3408 (а,б).

Дополнительно: 23(а,б,в,г), 24, 25, 26.

18 занятие. Производная по направлению. Градиент, его геометрические приложения. Экстремум (безусловный) функции нескольких переменных.

№№ 3341, 3345, 3534, 3539, 3554, 3621, 3628, 3631, 3636.

Дома: 3342, 3347, 3533, 3538, 3540, 3624, 3627, 3639, 3644.

19 занятие. Условный экстремум функций  $n$ -переменных. (в том числе заданных неявно).

№№ 3651, 3656, 3660, 3668, 3661, 3676, 3679.

Дома: 3653, 3655, 3667, 3670, 3664, 3672, 3675, 3677.

20 занятие. Контрольная работа №3.

#### 9. Числовые ряды

21 занятие. Знакопостоянные ряды. Критерий Коши, признаки сравнения. Признаки Даламбера, Коши, Рабе и Гаусса. Интегральный признак Коши.

№№ 2549, 2557, 2569, 2576, 2581, 2586, 2597 (а), 2598, 2601, 2619.

Дома: 2552, 2562, 2567, 2568, 2575, 2577, 2583, 2589(а), 2599, 2600.

Дополнительно: [5], гл.1, §6, №№15,18,20,29,31, 52, 53, 63, 89, 106, 164, 225, 283.

22 занятие. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. Признаки Абеля, Абеля-Дирихле.

№№ 2701, 2666, 2661, 2696, 2668, 2673(а), 2682, 2689, 2698(а).

Дома: 2698(б), 2672, 2663, 2704, 2676, 2679, 2683, 2684, 2686.

Дополнительно: [5], гл.1, §6, №№ 361, 367, 529, 374, 375, 384, 386, 434, 467, 502, §7, №42.

#### 5. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН КУРСА.

Распределение разделов по аудиторным часам (ЛЗ -лекционные занятия, ПЗ -практические занятия, СР - самостоятельная работа, АЗ - аудиторные занятия)

№	Название темы	Ауд. зан. (часы)		СР
		ЛЗ	ПЗ	
Первый семестр				
1.	Вещественные числа	6	6	12
2.	Предел числовой последовательности	11	11	22
3.	Предел и непрерывность функции одной переменной	11	11	22
4.	Дифференцирование функций одной переменной	11	11	22
5.	Интегрирование функций одной переменной	8	8	14
6.	Исследование функции и построение её графика	5	5	12
Второй семестр				
7.	Определённый интеграл Римана	10	10	20

8.	Приложения и приближённые вычисления интеграла Римана	6	6	12
9.	Предел последовательности в $E^n$ и предел функции нескольких переменных	5	5	10
10.	Дифференцирование функций нескольких переменных	6	6	12
11.	Неявные функции, зависимость и независимость функций	4	4	8
12.	Локальный экстремум (условный и безусловный) функции нескольких переменных	4	4	8
13.	Числовые ряды	12	12	24
14.	Бесконечные произведения, двойные и повторные ряды	3	3	6
	Итого:	102	102	204
	Всего (часы): (аудиторные занятия и самостоятельная работа)	408		

## 6. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ/ПРАКТИКУМ НА ЭВМ.

Лабораторный практикум не предусмотрен.

## 7. КУРСОВОЙ ПРОЕКТ (КУРСОВАЯ РАБОТА)

Курсовой проект не предусмотрен

7.1. Ильин В.А. Куркина А.В. Высшая математика. Изд-во «Проспект», Изд-во МГУ, Москва, 2004г.

7.2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990, АСТ, Астрель, Москва, 2004г.

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 8.1. Рекомендуемая литература.

Основная литература:

7.3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Часть 1. Изд-во «Проспект», Изд-во МГУ, Москва, 2004г.

7.4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1, М.: Наука, 1982. М.: Физматлит, 1998, 2004.

7.5. Ильин В.А. Куркина А.В. Высшая математика. Изд-во «Проспект», Изд-во МГУ, Москва, 2004г.

7.6. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990, АСТ, Астрель, Москва, 2004г.

Дополнительная литература:

7.7. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т.1, М.: Высшая школа, 1988.

7.8. Никольский С.М. Курс математического анализа, т.1, М.: Наука, 1983.

- 7.9. Рудин У. Основы математического анализа, М.: Мир, 1976.
- 7.10. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т.1,2, М.: Физматлит, 2001.
- 7.11. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. Часть 2. Изд-во «Дрофа», Изд-во МГУ, Москва, 2004.
- 7.12. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу, т.1, М.: Наука, 1984; т.2, М.: Наука, 1986, т.3, М.: Физматлит, 1995.
- 7.13. Садовничая И.В., Тихомиров В.В., Фоменко Т.Н., Фомичёв В.В. Методическая разработка по математическому анализу для потока бакалавров, I курс. МГУ, ВМиК, Москва, 2009.

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Компьютерный класс ПЭВМ с микропроцессором не ниже Pentium IV, объем ПЗУ не меньше 2-3 ГБ, объем ОЗУ не меньше 512 МБ со средой MatLab (версии 7 и выше), а также пакетами Control System и Robust.

## 10. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

*Содержание раздела формируется по усмотрению авторов программы (отражаются интерактивные формы обучения).*

### 10.1. Список вопросов, выносимый на экзамен( и/ или содержание тестов)

#### 1 семестр.

Вещественные числа и правила их сравнения. Теорема о существовании точной верхней (нижней) грани у ограниченного сверху (снизу) множества вещественных чисел.

Приближение вещественного числа рациональным. Арифметические операции над вещественными числами. Свойства вещественных чисел.

Счетные множества и множества мощности континуум. Неэквивалентность множества мощности континуум счетному множеству.

Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Их основные свойства.

Понятие сходящейся последовательности. Основные теоремы о сходящихся последовательностях (единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности, арифметические операции над сходящимися последовательностями).

Предельный переход в неравенствах. Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности. Число  $\epsilon$ .

Понятие предельной точки последовательности. Теорема о существовании верхнего и нижнего пределов у ограниченной последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

Необходимое и достаточное условие сходимости последовательности (критерий Коши).

Два определения предельного значения функции (по Гейне и по Коши) и доказательство их эквивалентности. Критерий Коши существования предельного значения функции.

Арифметические операции над функциями, имеющими предельное значение. Бесконечно малые и бесконечно большие (в данной точке) функции и принципы их сравнения.

Понятие непрерывности функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Классификация точек разрыва.

Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции.

Обратная функция. Условия непрерывности монотонных функций и обратных функций.

Простейшие элементарные функции и их основные свойства.

Замечательные пределы. Предельный переход в неравенствах.

Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение.

Ограниченность функции, непрерывной на сегменте (первая теорема Вейерштрасса).

О достижении функцией, непрерывной на сегменте, своих точной верхней и нижней границей (вторая теорема Вейерштрасса).

Понятие равномерной непрерывности. Теорема Кантора.

Понятие производной и дифференцируемости функции в точке.

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций, сложной функции и обратной функции. Формулы дифференцирования простейших элементарных функций.

Первый дифференциал функции. Инвариантность его формы. Использование дифференциала для приближенного вычисления приращения функции.

Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница. Дифференцирование функции, заданной параметрически.

Понятие возрастания (убывания) в точке и локального экстремума функции. Достаточное условие возрастания (убывания) и необходимое условие экстремума дифференцируемой в данной точке функции.

Теорема о нуле производной (теорема Ролля) и ее геометрический смысл.

Формула конечных приращений (формула Лагранжа). Следствия теоремы Лагранжа.

Обобщенная формула конечных приращений (формула Коши).

Раскрытие неопределенностей (правила Лопиталья).

Формула Тейлора с остаточным членом в общей форме (в форме Шлемильха-Роша).

Остаточный член в формуле Тейлора в форме Лагранжа, Коши и Пеано. Его оценка.

Разложение по формуле Тейлора-Маклорена элементарных функций. Примеры приложений формулы Тейлора для приближенных вычислений элементарных функций и вычисления пределов.

Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции. Простейшие свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.

Простейшие методы интегрирования (замена переменной, интегрирование по частям).

Интегрируемость в элементарных функциях класса рациональных дробей (с вещественными коэффициентами).

Интегрируемость в элементарных функциях дробно-линейных иррациональностей и других классов функций.

## 10.2. Список вопросов, выносимый на экзамен( и/ или содержание тестов)

2 семестр.

1. Нахождение точек экстремума функции. Достаточные условия экстремума.
2. Выпуклость (вогнутость) графика функции. Точки перегиба и достаточные условия перегиба.
3. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования графиков функций.
4. Понятие интегрируемости функции. Необходимые условия интегрируемости.
5. Свойства верхних и нижних сумм Дарбу.
6. Критерий интегрируемости (по Риману) функции и его следствия. Основная лемма Дарбу.
7. Классы интегрируемых функций.
8. Свойства определенного интеграла. Оценки интегралов, формулы среднего значения.
9. Основная формула интегрального исчисления. Формулы замены переменной и интегрирования по частям.
10. Несобственные интегралы. Критерий сходимости, признаки сравнения. Формулы замены переменной и интегрирования по частям.
11. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признак Абеля-Дирихле.
12. Понятие длины кривой. Формулы для вычисления длины дуги кривой,
13. Понятие квадратуемости (площади, меры Жордана) плоской фигуры. Площадь криволинейной трапеции и криволинейного сектора.
14. Объем тела в пространстве.
15. Множества и последовательности точек  $n$ -мерного пространства. Теорема Больца-но-Вейерштрасса.
16. Понятие функции  $n$ -переменных и ее предельного значения.
17. Непрерывность функции  $n$ -переменных. Свойства непрерывных функций.
18. Понятие дифференцируемости функции. Касательная плоскость к поверхности. Достаточное условие дифференцируемости.
19. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
20. Производная по направлению. Градиент.
21. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о равенстве смешанных производных.
22. Формула Тейлора для функции  $n$ -переменных.
23. Экстремум функции  $n$ -переменных.

24. Теоремы о существовании и дифференцируемости неявно заданной функции.
25. Понятие зависимости функций. Функциональные матрицы (матрицы Якоби) и их роль при исследовании зависимости функций.
26. Условный экстремум и методы его отыскания.
27. Понятие числового ряда. Основные свойства. Критерий Коши сходимости ряда.
28. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения. Признаки Даламбера, Коши.
29. Интегральный признак (Коши-Маклорена) сходимости ряда. Признак Гаусса.
30. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема Коши о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. По членное перемножение рядов.
31. Теорема (Римана) о перестановке членов условно сходящегося ряда.
32. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Признак Абеля-Дирихле.
33. Двойные ряды. Связь со сходимостью повторных рядов.

Разработчики

И.В. Садовнича, В.В. Тихомиров, Т.Н. Фоменко, В.В. Фомичев

Под редакцией академика В.А. Ильина

Рецензент

Программа одобрена на заседании \_\_\_\_\_ совета \_\_\_\_\_

от \_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_.